



ANALISIS ANTRIAN MENGUNAKAN KALKULATOR ONLINE

GUMGUM DARMAWAN
FARIN CYNTIYA GARINI
AUDREY EMMANUELLA TURNIP
HASHINA QAWLAN SADIDA
AMALDA PUSPA NUR RITMA
TIARA DWI ANJANI

Analisis Antrian Menggunakan Kalkulator *Online*

UU No 28 tahun 2014 tentang Hak Cipta

Fungsi dan sifat hak cipta Pasal 4

Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 3 huruf a merupakan hak eksklusif yang terdiri atas hak moral dan hak ekonomi.

Pembatasan Pelindungan Pasal 26

Ketentuan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 23, Pasal 24, dan Pasal 25 tidak berlaku terhadap:

- i. penggunaan kutipan singkat Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait untuk pelaporan peristiwa aktual yang ditujukan hanya untuk keperluan penyediaan informasi aktual;
- ii. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk kepentingan penelitian ilmu pengetahuan;
- iii. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk keperluan pengajaran, kecuali pertunjukan dan Fonogram yang telah dilakukan Pengumuman sebagai bahan ajar; dan
- iv. penggunaan untuk kepentingan pendidikan dan pengembangan ilmu pengetahuan yang memungkinkan suatu Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait dapat digunakan tanpa izin Pelaku Pertunjukan, Produser Fonogram, atau Lembaga Penyiaran.

Sanksi Pelanggaran Pasal 113

- Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp100.000.000 (seratus juta rupiah).

Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

Analisis Antrian Menggunakan Kalkulator *Online*

Gumgum Darmawan
Farin Cyntiya Garini
Audrey Emmannuella Turnip
Hashina Qawlan Sadida
Amalda Puspa Nur Ritma
Tiara Dwi Anjani.

Penerbit:



Anggota IKAPI

No. 446/JBA/2022

Analisis Antrian Menggunakan Kalkulator *Online*

Penulis :

Gumgum Darmawan
Farin Cyntiya Garini
Audrey Emmanuella Turnip
Hashina Qawlan Sadida
Amalda Puspa Nur Ritma
Tiara Dwi Anjani

ISBN : 978-623-93084-4-5 (PDF)

Editor : Gumgum Darmawan

Tata Letak : Yuliana Ayu

Desain Sampul : Ayu Lestari

Penerbit : Kaizen Media Publishing

Redaksi :

Jl. Antapani X, No. 3, Ankid, Antapani, Bandung 40291

Telp/Faks: (022) 20526377

Website: www.kaizenpublisher.co.id | E-mail: admin@kaizenpublisher.co.id

Cetakan Pertama :

25 Februari 2023

Ukuran :

iv, 116, Uk: 15,5 x 23 cm

Hak Cipta 2023, Kaizen Media Publishing dan Penulis

Isi diluar tanggung jawab percetakan

Copyright © 2023 by Kaizen Media Publishing

All Right Reserved

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau memper-banyak sebagian atau seluruh isi buku initanpa izin tertulis dari Penerbit.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kehadiran Allah Yang Maha Esa, karena berkat rahmat dan karunia-Nya sehingga buku yang berjudul Analisis Antrian Menggunakan Kalkulator *Online* dapat dipublikasikan dan dapat sampai dihadapan pembaca. Buku ini diharapkan dapat hadir memberi kontribusi positif dalam ilmu pengetahuan khususnya terkait kemajuan bidang ilmu Statistik.

Sistematika buku ini mengacu pada pendekatan konsep teoritis dan contoh penerapan yang terdiri atas 5 bab, diantaranya: Analisis Antrian dengan Menggunakan Website Queueing Systems Assistance (QSA), Analisis Sistem Antrian Model Erlang dengan Queueing Calculator, Analisis Antrian Melalui Queueing Calculator (Revoledu), Analisis Data Antrian Menggunakan Web Bizskinny, Analisis Antrian dengan Supositorio.

Kami menyadari bahwa tulisan ini jauh dari kesempurnaan dan masih terdapat banyak kekurangan, sejatinya kesempurnaan itu hanya milik Allah Yang Maha Kuasa. Oleh sebab itu, kami tentu menerima masukan dan saran dari pembaca demi penyempurnaan lebih lanjut.

Akhirnya kami mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada semua pihak yang telah mendukung dalam proses penyusunan dan penerbitan buku ini secara khusus kepada Kaizen Media Publishing. Semoga buku ini dapat bermanfaat bagi pembaca sekalian.

Bandung, Februari 2023

Editor



ANALISIS ANTRIAN MENGUNAKAN KALKULATOR ONLINE

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	<i>i</i>
DAFTAR ISI	<i>iii</i>
<i>BAB I Analisis Antrian dengan Menggunakan Website</i>	
<i>Queueing Systems Assistance (QSA)</i>	<i>1</i>
1.1 Langkah-langkah untuk mengakses QSA Application: Queueing Systems Assistance	5
1.2 Langkah Komputasi Pada QSA.....	11
1.3 Contoh Kasus	26
1.3.1 Contoh Kasus	26
1.3.2 Penyelesaian Contoh Kasus.....	28
1.4 Kesimpulan QSA	40
1.4.1 Kesimpulan Analisis Contoh Kasus	40
1.4.2 Kesimpulan Penggunaan Website QSA.....	41
<i>BAB II Analisis Sistem Antrian Model Erlang dengan Queuing</i>	
<i>Calculator</i>	<i>43</i>
2.1 Pendahuluan	43
2.2 Tentang Program.....	44
2.2 Langkah Operasi Queuing Calculator	46
2.3 Parameter Dan Pembahasannya	48
2.4 Contoh Aplikasi	50
2.5 Kelebihan Dan Kekurangan	51
<i>BAB III Analisis Antrian Melalui Queuing Calculator (Revoledu)</i>	
3.1 Pendahuluan	53
3.2 Instalasi Software	54
3.2.1 Langkah-Langkah Pengoperasian	54

3.2.2	Fitur dalam Revoledu	56
3.3	Contoh Kasus	69
3.4	Kesimpulan	75
<i>BAB IV ANALISIS DATA ANTRIAN MENGGUNAKAN WEB</i>		
	<i>BizSkinny.....</i>	<i>77</i>
4.1	Konsep BizSkinny.....	77
4.1.1	Cara Akses Web BizSkinny.....	78
4.1.2	Calculator Online -Queueing Theory pada BizSkinny	79
<i>BAB V Analisis Antrian dengan Supositorio</i>		
5.1	Pendahuluan.....	85
5.2	Fitur	86
5.2.1	Model Antrian.....	86
5.2.2	Parameter Input	87
5.2.3	Output yang Dihasilkan	88
5.3	Langkah - Langkah Perhitungan Antrian dengan Supositorio	90
5.4	Contoh Perhitungan dengan Supositorio	93
5.5	Kesimpulan	94
<i>DAFTAR PUSTAKA</i>		<i>95</i>



BAB I Analisis Antrian dengan Menggunakan Website *Queueing Systems Assistance* (QSA)

Suatu sistem yang mencakup pelanggan, pelayan, dan aturan pelayanan disebut sistem antrian (Harahap, Sinulingga, & Ariswoyo, 2014). Antrian merupakan fenomena menunggu dalam suatu proses pelayanan sistem antrian (Awrwindy, Buulolo, & Rosmaini, 2014). Antrian terjadi akibat jumlah kedatangan pelanggan melebihi kapasitas pelayanan yang tersedia.

Untuk mengevaluasi fenomena antrian dari perspektif pelanggan dan penyedia jasa, digunakan teori antrian (Iswiyanti, 2004). Terdapat tiga komponen utama dalam teori antrian, yaitu sebagai berikut (Morlok, 1991).

1. Tingkat Kedatangan (λ)

Tingkat kedatangan menyatakan jumlah pelanggan yang datang ke suatu sistem pelayanan (*server*) dalam satu satuan waktu tertentu, biasanya dinyatakan dalam satuan pelanggan/menit.

2. Tingkat Pelayanan (μ)

Tingkat pelayanan menyatakan jumlah pelanggan yang dapat dilayani oleh sistem pelayanan (*server*) dalam satu satuan waktu tertentu, biasanya dinyatakan dalam satuan pelanggan/menit.

3. Disiplin Antrian

Disiplin antrian merupakan peraturan pelayanan yang mengatur mengenai bagaimana pelanggan mengantri dalam suatu sistem antrian. Beberapa jenis antrian yang umum digunakan adalah *First Come First Serve* (FCFS), *Last Come First Serve* (LCFS), *Priority Order* (PO), dan *Serve in Random Order* (SIRO).

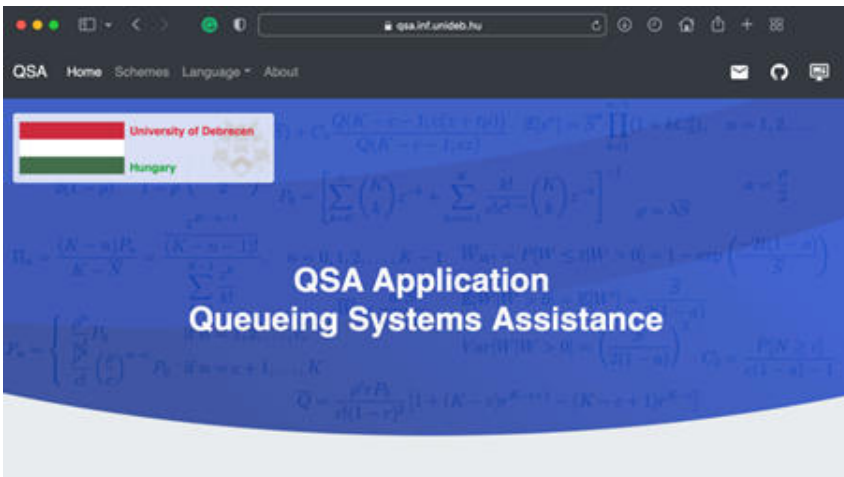
Selain komponen-komponen penting, dalam teori antrian terdapat beberapa ukuran yang dapat dianalisis untuk menggambarkan performansi antrian, yaitu rata-rata waktu menunggu pada antrian (W_q), rata-rata waktu menunggu dalam sistem (W_s), panjang antrian (L_q), panjang sistem (L_s), dan utilitas atau tingkat kesibukan (ρ).

Untuk mengoptimalkan pelayanan, langkah pertama yang dapat dilakukan adalah mengidentifikasi sistem antrian yang sesuai dan kemudian menghitung performansinya. Tingkatan pemodelan sistem antrian sangat bergantung dengan asumsi-asumsinya sehingga lebih baik untuk memulai analisis dengan sistem yang sederhana, lalu apabila hasilnya belum sesuai dengan permasalahan, barulah lanjutkan analisis dengan model yang lebih rumit. Berbagai fitur *online website* dan perangkat lunak dapat membantu dalam berbagai tingkatan prosesnya, salah satunya adalah *QSA Application: Queueing Systems Assistance*.

QSA Application: Queueing Systems Assistance merupakan suatu aplikasi berbasis *web* atau *software* yang menggunakan bahasa pemrograman *Java*, *JavaScript*, dan *TypeScript*. *Browser* apa pun (*Firefox*, *Chrome*, *Edge*, dll.) di setiap *platform* (*Windows*, *Linux*, *Android*, *iOS*) didukung, yang berarti *QSA* dapat digunakan pada perangkat seluler dan *desktop* untuk melakukan perhitungan apa pun yang dijalankan di *server*. Selain itu, tidak ada batasan perangkat keras dan kode sumber tersedia di *GitHub*, jadi siapa pun yang tertarik dapat memeriksa kode atau membantu mengembangkan aplikasi *QSA* ini.

QSA Application: Queueing Systems Assistance dikembangkan mulai dari tahun 2018 dan dirilis pada bulan Februari 2021 serta merupakan hasil pengembangan dari tiga anggota Universitas Debrecen, Hungaria, yaitu Zoltán Szilágyi, Szabolcs Szászi, dan Csanád Kölcsei dengan setiap kalkulasi yang tersedia pada *QSA* merupakan implementasi dari buku yang berjudul "*Basic Queueing Theory*" karya Dr. Sztrik János.

Pengembangan *QSA Application: Queueing Systems Assistance* ditujukan untuk membantu pendidikan terkait antrian, tetapi juga sangat berguna untuk tujuan penelitian. Selain nilai rata-rata yang biasa, *QSA* dapat menghitung varians dari ukuran performansi antrian utama, dan jika memungkinkan, juga menentukan fungsi distribusi waktu tunggu dan respons. Dengan tujuan dan kemampuan ini, *QSA Application: Queueing Systems Assistance* dapat diakses secara gratis melalui tautan <https://qsa.inf.unideb.hu>.



Gambar 1. 1 Halaman Beranda Website QSA

Untuk dapat menggunakan *QSA*, *performance measures* utama dari model dasar seperti ukuran tingkat kedatangan (λ) dan tingkat pelayanan (μ) perlu diketahui sebelumnya. Para pengembang *website QSA* ini merekomendasikan *software QTSplus* untuk terlebih dahulu menentukan nilai-nilai dari *performance measures* model ini. Adapun keuntungan utama penggunaan *QSA* dibandingkan *QTSplus* adalah sebagai berikut (János, Szilágyi, & Kölcsei, *Queueing Systems Assistance in Action*, 2021).

- 1) *QSA* dapat digunakan di berbagai perangkat, seperti di *desktop*, *laptop*, dan perangkat seluler.
- 2) *QSA* dapat menghitung tidak hanya rata-rata tetapi varians dari variabel acak yang sesuai.

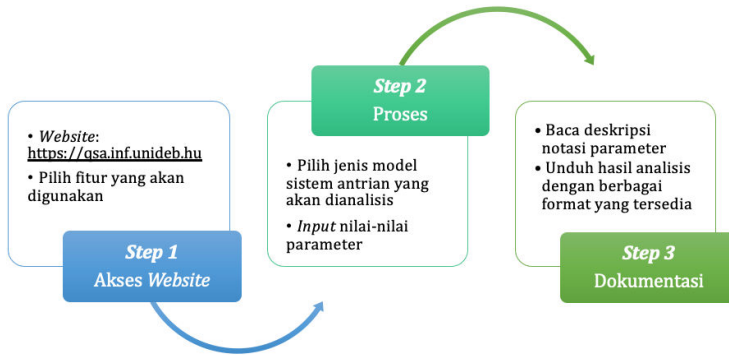
- 3) QSA memberikan fungsi distribusi waktu tunggu/tanggapan (jika memungkinkan).
- 4) QSA dapat memvisualisasikan semua ukuran *performance measures* utama dari antrian.
- 5) QSA mendukung pengambilan keputusan secara grafis.

Fitur-fitur dari *website QSA Application: Queueing Systems Assistance* dilengkapi dengan berbagai fungsinya disajikan pada tabel berikut.

Tabel 1. 1 Fitur dan Fungsi Website QSA

Fitur	Fungsi
Kalkulasi	- o Menghitung nilai ukuran-ukuran performansi antrian - o Mendeskripsikan arti hasil perhitungan - o Menjabarkan proses atau langkah-langkah perhitungan - o Menyimpan hasil perhitungan
Visualisasi	- o Menentukan parameter yang ingin dilihat pergerakannya - o Membuat grafik pergerakan parameter yang dipilih - o Menyimpan hasil visualisasi
Komparasi	- o Menampilkan hasil yang sama seperti kalkulasi - o Melihat perbandingan nilai ukuran-ukuran performansi dari dua atau lebih model antrian

Secara umum, untuk dapat menggunakan berbagai fitur yang ada pada *website QSA Application: Queueing Systems Assistance*, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut.

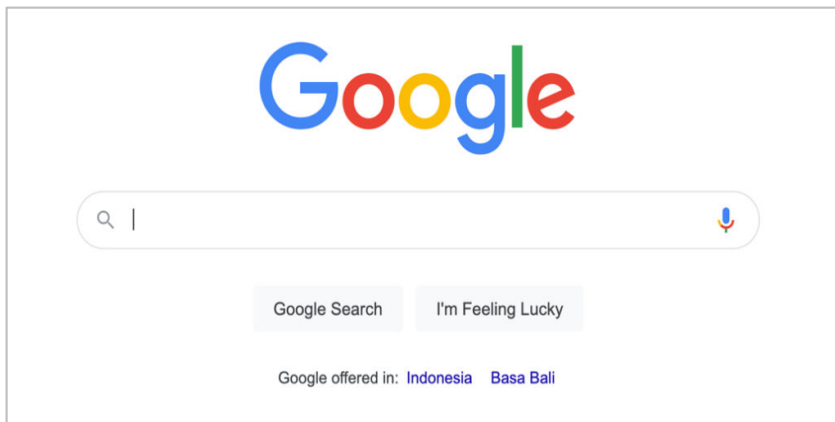


Gambar 1. 2 Langkah-langkah Operasi Website QSA

1.1 Langkah-langkah untuk mengakses QSA Application: Queueing Systems Assistance

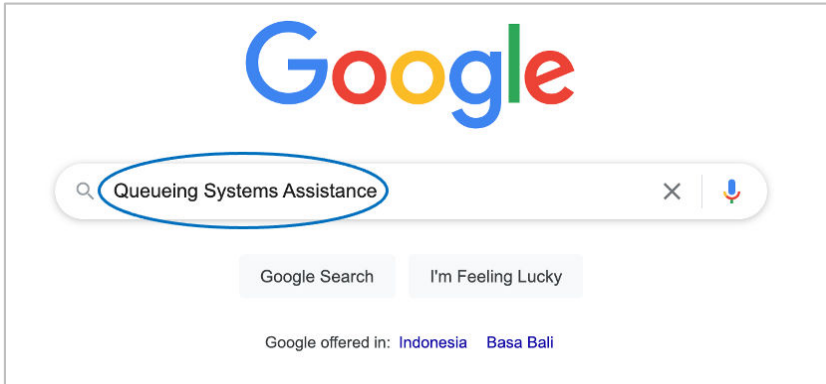
Langkah-langkah untuk Mengakses QSA sebagai berikut;

- 1) Akses *search engine* yang akan digunakan, contohnya Google.

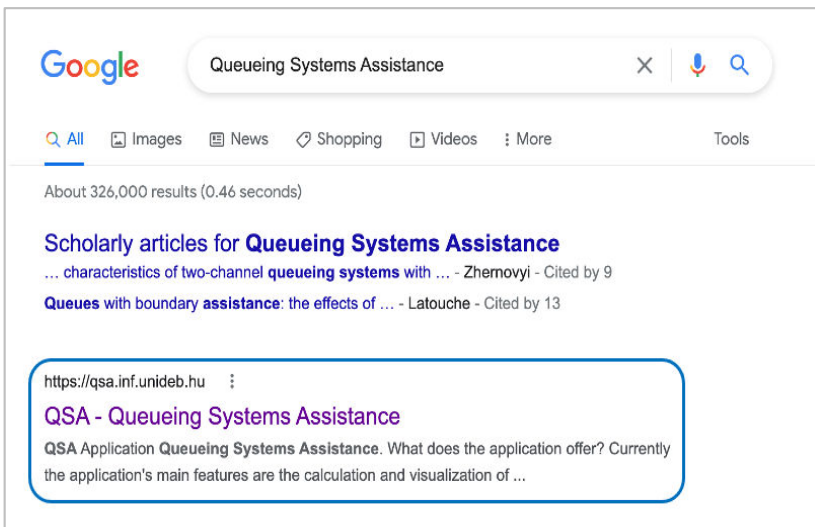


Gambar 1. 3 Google Search Engine

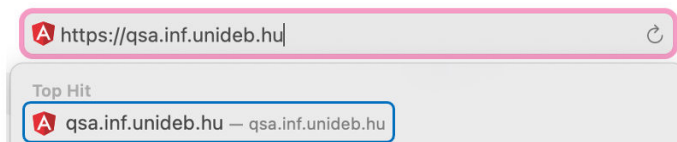
- 2) Ketikkan "*Queueing Systems Assistance*" dan klik pada *website* yang pertama muncul atau langsung akses melalui tautan <https://qsa.inf.unideb.hu>.



Gambar 1. 4 Pencarian Website QSA dengan Google



Gambar 1. 5 Akses Website QSA Melalui Google



Gambar 1. 6 Akses Website QSA Melalui Link

- 3) *Website QSA Application: Queueing Systems Assistance* telah berhasil diakses. Untuk dapat mengoperasikannya, tidak perlu dilakukan *register* atau *login* terlebih dahulu.



Gambar 1. 7 Tampilan Awal Website QSA

Dalam *website QSA Application: Queueing Systems Assistance* terdapat empat bagian utama, yaitu:

1. *Home*

Saat pertama kali mengakses *website QSA Application: Queueing Systems Assistance*, *Home* adalah laman awal yang pertama ditampilkan.



Gambar 1. 8 Tampilan Home Website QSA

Pada bagian ini, ditampilkan nama *websitenya*, yaitu “QSA Application: Queueing Systems Assistance” dan ada tulisan “University of Debrecen, Hungary” yang menginformasikan bahwa QSA dibuat oleh anggota Universitas Debrecen di Negara Hungaria, Eropa.

Setelah judul *website*, terdapat bagian “What does the application offer?” yang merupakan penjelasan mengenai apa saja fitur atau kegunaan QSA. Dari bagian ini, dapat diketahui bahwa saat ini fitur utama QSA adalah perhitungan dan visualisasi dari ukuran performa atau karakteristik suatu sistem antrian. Para pengembang *website* QSA masih terus berusaha mencoba menambahkan fitur baru yang dapat membantu memahami sistem antrian.

What kind of systems are available?

We are continuously expanding the range of supported systems. Currently the following ones are available:

M | M | 1

Poisson process

Exponentially distributed interarrival times

Exponentially distributed service times

1 server

M | M | 1 Balking

Poisson process

Exponentially distributed interarrival times

Exponentially distributed service times

1 server

Customers are discouraged, when more and more requests are present at their arrivals

M | M | 1 Preemptive Prio

Poisson process

Exponentially distributed times

Exponentially distributed

If a class 2 customer is ur when a class 1 request at service stops and the ser 1 request starts

Kendall's Notation

To describe a queueing system we're using **Kendall's** notation. It uses the following symbols:

A / B / c / K / n / D

A - Distribution function of the interarrival times

B - Distribution function of the service times

c - Number of servers

K - Capacity of the system, the maximum number of customers in the system including the one being serviced

n - Population size, number of sources of customers

D - Service discipline

QSA
2018 - 2021

Zoltán Szilágyi
Csanád Kőlcsei
Szabolcs Szász
Dr. János Sztrik

Gambar 1. 9 Model Antrian dan Notasinya dalam Website QSA

8

Dengan melakukan penelusuran ke bawah *website*, terdapat bagian “*What kind of systems are available?*” berisi penjabaran berbagai sistem antrian yang tersedia dan dapat dianalisis dengan *QSA Application: Queueing Systems Assistance* ini. Jika dilakukan penelusuran lebih lanjut, dapat diketahui bahwa *website* ini mendukung analisis sebanyak 38 macam sistem antrian lengkap dengan deskripsi setiap jenis sistem antriannya.

Selain penjelasan macam-macam sistem antrian yang dapat dianalisis, di *website QSA* juga tertera penjelasan mengenai notasi sistem antrian yang digunakan, yaitu *Kendall's Notation* sebagai berikut.

$$A / B / c / K / n / D$$

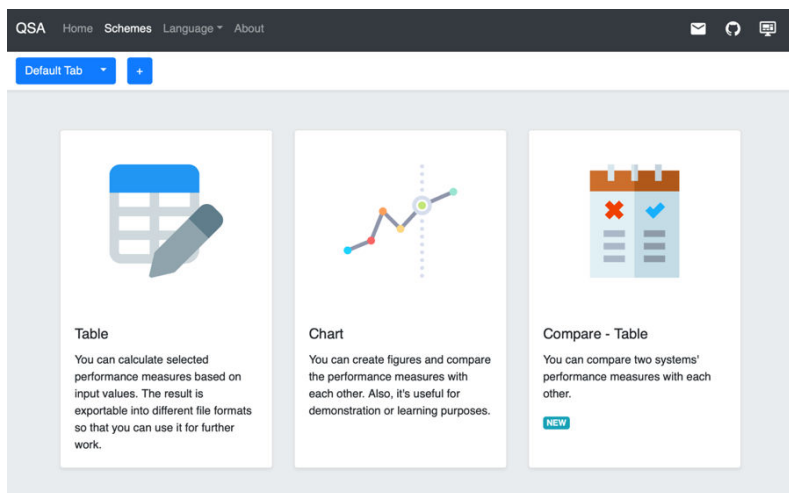
dengan:

- A = Fungsi distribusi waktu antar kedatangan
- B = Fungsi distribusi waktu pelayanan
- c = Jumlah *server* pelayanan
- K = Kapasitas sistem, jumlah maksimum pelanggan dalam sistem, termasuk yang sedang dilayani
- n = Ukuran populasi, jumlah kedatangan pelanggan
- D = Disiplin pelayanan

Di bagian paling bawah halaman *Home*, terdapat tulisan “*QSA, 2018-2021*” yang menginformasikan bahwa aplikasi ini mulai dikembangkan pada tahun 2018 dan baru dirilis pada tahun 2021. Kemudian, terdapat pula nama-nama pengembang aplikasi *QSA* di bagian kanan bawah, yaitu Zoltán Szilágyi, Csanád Kölcsei, Szabolcs Szászi, dan Dr. Sztrik János.

2. *Schemes*

Setelah *Home*, terdapat bagian *Schemes* yang beroperasi sebagai *Tab* pemrosesan analisis sistem antrian dalam *website QSA*.

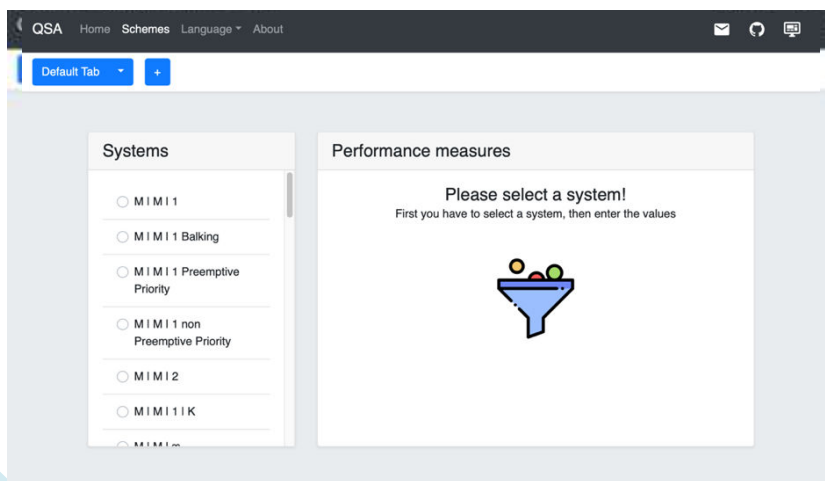


Gambar 1. 10 Tampilan Schemes Website QSA

Ada tiga pilihan *tab*, yaitu:

Table

Tab Table digunakan untuk menghitung ukuran performansi sistem antrian (*performance measures*) yang dipilih berdasarkan nilai *input*. Hasilnya dapat diunduh atau diekspor ke berbagai format *file* sehingga dapat digunakan untuk pekerjaan lebih lanjut.



Gambar 1. 11 Pilihan Model pada Table

1.2 Langkah Komputasi Pada QSA

Sebelum melakukan perhitungan ukuran-ukuran performansi antrian, dilakukan pemilihan jenis sistem antrian terlebih dahulu, misalkan dipilih sistem antrian $M / M / 1$, yaitu suatu sistem antrian yang mengikuti proses Poisson, waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial, serta terdapat satu *server*.

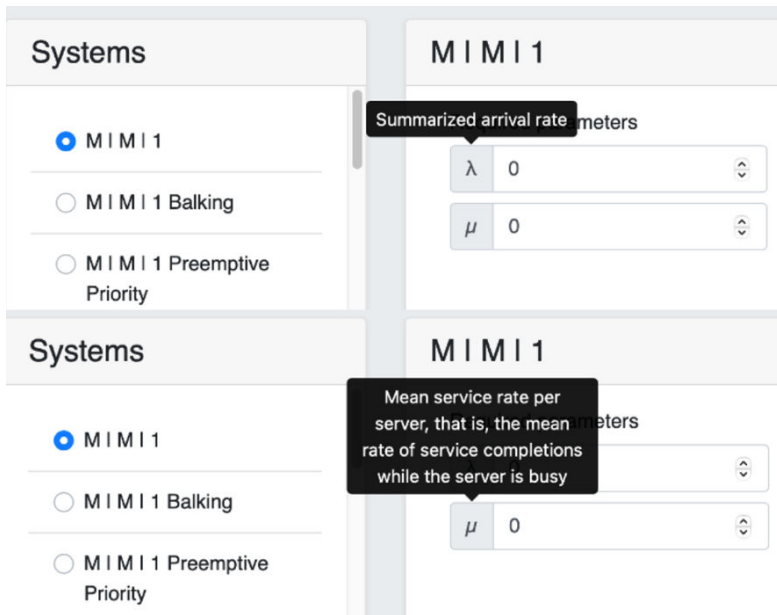
The image shows a software interface for configuring an M/M/1 queue system. On the left, a sidebar titled 'Systems' lists several queue models: M/M/1 (selected with a blue radio button), M/M/1 Balking, M/M/1 Preemptive Priority, M/M/1 non Preemptive Priority, M/M/2, M/M/1/K, and M/M/1. The main area is titled 'M/M/1' and contains input fields for various parameters. It is divided into three sections: 'Required parameters' with fields for λ (0) and μ (0); 'Non-required parameters' with fields for n (0), t (0), and r (0); and 'Parameters of the cost function' with fields for CS (0), CWS (0), CI (0), CSR (0), and R (0). Each field has a spinner icon for adjustment. At the bottom right of the main area is a 'Calculate' button.

Gambar 1. 12 Input Parameter pada Table

Untuk dapat melakukan kalkulasi ukuran-ukuran performansi antrian, perlu dilakukan peng-*input*-an parameter-parameter yang dibutuhkan, yaitu λ (tingkat kedatangan) dan μ (tingkat pelayanan), dengan catatan bahwa desimal dinyatakan dengan karakter titik. Selain dua parameter yang wajib di-*input*-kan, untuk model $M / M / 1$ juga dapat di-*input*-kan parameter n (banyak pelanggan pada sistem), t (slot waktu), dan r (kuartil), CS (*cost of service per server per unit time*/biaya layanan per server per satuan waktu), CWS (*cost of waiting in the system per customer per unit time*/biaya menunggu dalam sistem per pelanggan per satuan waktu), CI (*cost of idleness per server per unit time*/biaya idleness atau pengangguran per server per satuan waktu), CSR (*cost of service rate per server per unit time*/biaya tarif layanan per server per satuan waktu), dan

R (reward per entering customer per unit time/hadiah per pelanggan yang masuk per unit waktu).

Salah satu fitur menarik dan sangat informatif dari *website QSA* ini adalah apabila kursor diarahkan ke setiap pilihan parameter yang ada, keterangan atau penjelasan arti dari notasi parameter itu langsung muncul tersedia, misalkan seperti pada gambar berikut.



Gambar 1. 13 Fitur Deskripsi Parameter Input Table

Dari gambar contoh di atas, dapat diketahui informasi berupa deskripsi mengenai parameter *input* yang diperlukan. Fitur ini tentunya sangat berguna bagi pemula atau pengunjung *website QSA* dalam memahami arti notasi-notasi parameter yang digunakan. Selain fitur ini, terdapat juga fitur yang sangat informatif lainnya, yaitu *pop-up warning* atau pemberitahuan apabila nilai-nilai parameter yang di-*input*-kan tidak sesuai dengan aturan dalam teori antrian, contohnya seperti pada gambar berikut.

The screenshot shows a web interface for the MIM1 system. On the left, a sidebar lists various systems: MIM1 (selected), MIM1 Balking, MIM1 Preemptive Priority, MIM1 non Preemptive Priority, MIM2, MIM11K, and MIM1s. The main area is titled 'MIM1' and contains input fields for required parameters ($\lambda = 2$, $\mu = 1.8$), non-required parameters ($n = 0$, $t = 0$, $r = 0$), and parameters of the cost function (CS = 0, CWS = 0, CI = 0, CSR = 0, R = 0). A 'Calculate' button is at the bottom. A red warning box at the bottom right states: 'The λ must be smaller than μ '.

Gambar 1. 14 Fitur Warning pada Input Parameter Table

Apabila nilai λ (tingkat kedatangan) yang di-input lebih besar dari nilai μ (tingkat pelayanan), maka akan muncul peringatan bahwa “*The λ must be smaller than μ* ” yang mana hal ini sesuai dengan prinsip antrian bahwa pelanggan harus dilayani lebih cepat daripada kedatangannya ($\lambda < \mu$). Fitur ini sangat membantu misalnya ketika salah atau terbalik meng-input-kan nilai antara λ (tingkat kedatangan) dan μ (tingkat pelayanan).

Setelah nilai-nilai parameter di-input-kan, klik *Calculate* untuk melakukan perhitungan ukuran-ukuran performansi antrian. Contohnya di-input-kan nilai $\lambda = 1,8$ pelanggan/menit dan $\mu = 2$ pelanggan/menit, hasilnya sebagai berikut.

The screenshot shows the same web interface as before, but with the values $\lambda = 1.8$ and $\mu = 2$ entered. The 'Calculate' button at the bottom is circled in blue, indicating it should be clicked to perform the calculations.

Gambar 1. 15 Contoh Input Parameter Table

M M 1		
Performance measure	Value	Description
ρ	0.9	Traffic intensity, unit of measure is the erlang
U_s	0.9	System utilization
$\bar{N}$	9	Average number of customers in the system
$\text{var}(N)$	90	Variance of number of customers in the system
$\bar{Q}$	8.1	Average number of customers in the queue
$\text{var}(Q)$	88.3	Variance of the queue length
$\bar{T}$	5	Mean response time
$\text{var}(T)$	25	Variance of the response time
$\text{var}(T_{\text{LCFS}})$	389	Variance of the response time, LCFS
$\text{var}(T_{\text{SIRO}})$	61.6	Variance of the response time, SIRO
$\bar{W}$	4.5	Average waiting time
$\text{var}(W)$	24.8	Variance of the waiting time

Gambar 1. 16 Contoh 1 Output Parameter Table

$E[W W>0]$	5	Average waiting time provided the customer has to wait
$\text{var}([W W>0])$	25	Variance of the waiting time provided the customer has to wait
P_n	0.1	Probability that there are n customers in the system
$P[N \geq n]$	1	Probability that there are at least n customers in the system
$E[Q Q>0]$	10	Average queue length of non-empty queues
$\text{var}[Q Q>0]$	90	Variance of queue length of non-empty queues
$P[T > t]$	1	Probability that the response time is greater than t
$F_T(t)$	0	Distribution function of response time
$\pi_{T[r]}$	0	r -th percentile response time
$\pi_{T[90]}$	11.5	90th percentile response time
$\pi_{T[95]}$	15	95th percentile response time
$P[W > t]$	0.9	Probability that the waiting time is greater than t
$F_W(t)$	0.1	Distribution function of waiting time

Gambar 1. 17 Contoh 2 Output Parameter Table

$TW(r)$	0	r -th percentile queueing time
$TW(90)$	11	90th percentile queueing time
$TW(95)$	14.5	95th percentile queueing time
$E(N_d(\delta))$	10	Mean number of customers served in a busy cycle
$var(N_d(\delta))$	1.71e+3	Variance of customers served in a busy cycle
$P[N_d(\delta)=n]$	0	Probability that the number of customers served in a busy cycle is n
$E\delta$	5	Mean busy cycle of the server
$var(\delta)$	475	Variance of busy cycle of the server
$E(\text{Total cost})$	0	Expected total cost per unit time

Gambar 1. 18 Contoh 3 Output Parameter Table

Dari hanya meng-*input*-kan 2 parameter, diperoleh sebanyak 34 *output* perhitungan. Beberapa ukuran yang umumnya dihitung untuk menggambarkan performansi antrian, yaitu rata-rata waktu menunggu pada antrian (W_q), rata-rata waktu menunggu dalam sistem (W_s), panjang antrian (L_q), panjang sistem (L_s), dan utilitas atau tingkat kesibukan (ρ). Dalam *website QSA* ini digunakan beberapa notasi yang berbeda, seperti:

- $\bar{W}$ = W_q = Rata-rata waktu menunggu
- $\bar{T} = W_s$ = Rata-rata waktu respons
- $\bar{Q} = L_q$ = Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian
- $\bar{N} = L_s$ = Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem

Perbedaan notasi ini tidak terlalu menyulitkan karena dari setiap *output* yang diberikan terdapat deskripsi atau arti dari nilai-nilai setiap notasi parameter *output*. Terlebih lagi, apabila simbol tanda tanya (?) di sebelah deskripsi diklik, akan muncul penjabaran mengenai bagaimana suatu *output* dihitung lengkap dengan formula dan urutan perhitungannya masing-masing, contohnya pada gambar berikut.

MIM11		
Performance measure	Value	Description
ρ	0.9	Traffic intensity, unit of measure is the erlang
U_s	0.9	System utilization
$\bar{N}$	9	Average number of customers in the system
$\text{var}(N)$	90	Variance of number of customers in the system
$\bar{Q}$	8.1	Average number of customers in the queue
$\text{var}(Q)$	88.3	Variance of the queue length
$\bar{T}$	5	Mean response time

Gambar 1. 19 Fitur Deskripsi Parameter Output Table

MIM11

Performance measure

ρ

U_s

$\bar{N}$

$\text{var}(N)$

$\bar{Q}$

$\text{var}(Q)$

$\bar{T}$

5

Mean response time

Calculate

Calculated using the following formula

General formula

$$U_s = 1 - \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) = \frac{\lambda}{\mu}$$

Step 1

U_s is the probability that the server is not idle, so

$$U_s = 1 - P_0 = 1 - (1 - \rho) = \rho$$

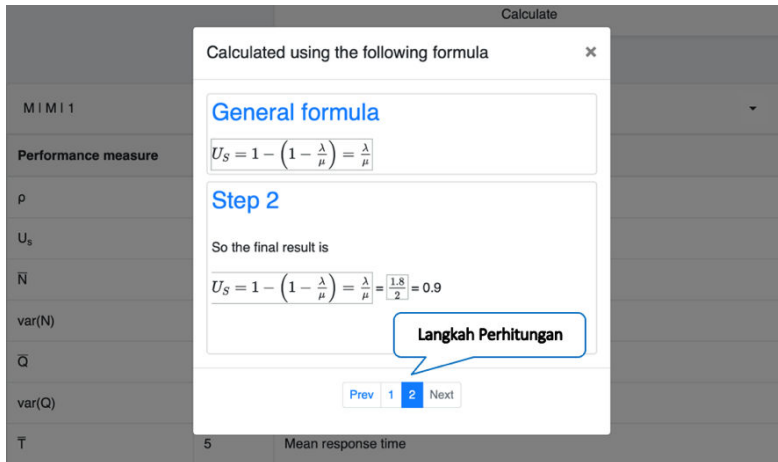
Prev

1

2

Next

Gambar 1. 20 Rumus Perhitungan dan Pengertian Parameter



Gambar 1. 21 Langkah Perhitungan

Dari gambar contoh perhitungan U_s (utilitas sistem), apabila simbol tanda tanya (?) di sebelah deskripsi diklik, muncul *pop-up window* yang berisi deskripsi parameter, rumus perhitungan, dan langkah-langkah perhitungannya. Fitur ini tentunya sangat praktis dan sangat membantu pengguna dalam memahami dari mana nilai-nilai atau angka-angka *output* diperoleh. Selain fitur ini, terdapat juga fitur yang memudahkan pengguna dalam menyimpan hasil perhitungan, yaitu fitur *Export to CSV*.

M I M I 1			Export to CSV
Performance measure	Value	Description	
ρ	0.9	Traffic intensity, unit of measure is the erlang	
U_s	0.9	System utilization	
$\bar{N}$	9	Average number of customers in the system	
var(N)	90	Variance of number of customers in the system	
$\bar{Q}$	8.1	Average number of customers in the queue	
var(Q)	88.3	Variance of the queue length	
$\bar{T}$	5	Mean response time	

Gambar 1. 22 Fitur Export to CSV pada Table

Pengguna dapat menyimpan hasil perhitungan dengan menggunakan fitur *Export to CSV* di bagian kanan atas. Fitur ini sangat berguna untuk dokumentasi hasil perhitungan dan untuk penggunaan hasil perhitungannya lebih lanjut.

Chart

Tab *Chart* digunakan untuk membuat visualisasi berupa grafik dan membandingkan ukuran performansi (*performance measures*) satu sama lain. Selain itu, *Chart* ini berguna untuk tujuan demonstrasi atau pembelajaran.

Dengan contoh yang sama seperti pada bagian sebelumnya, yaitu suatu sistem antrian $M / M / 1$ berproses Poisson, waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial, serta terdapat satu server. Misalkan tingkat kedatangan $\lambda = 1,8$ pelanggan/menit dan tingkat pelayanan $\mu = 2$ pelanggan/menit, visualisasi μ untuk λ bernilai 1 sampai 2 (dengan skala 0,1) dengan menggunakan QSA sebagai berikut.

The screenshot shows the MIMI 1 software interface. The title bar reads "MIMI 1". The main window has a "Chart" tab selected. On the left, there are controls for the chart: "X Axis" is set to λ , "From" is set to λ , and "Required" is set to μ . There are checkboxes for "X axis" and "Y axis", both of which are checked. Below these, there are input fields for "t" and "r", both of which are set to 0. The main area of the chart is currently empty, showing a list of parameters: λ , μ , n , t , r , and CS. The λ parameter is highlighted in blue.

Gambar 1. 23 Pilihan Parameter Sumbu Chart

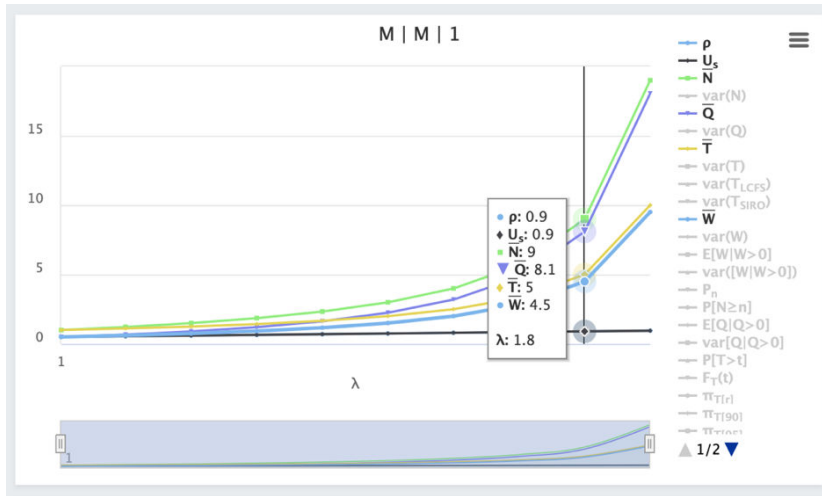
Untuk contoh ini, sumbu x yang dipilih adalah merepresentasikan nilai tingkat kedatangan (λ). Masih ada 9 parameter lain yang dapat dipilih sebagai sumbu x , seperti:

- μ = Tingkat pelayanan
- n = Banyak pelanggan pada sistem
- t = Slot waktu
- r = Kuartil
- CS = Biaya layanan per server per satuan waktu (*cost of service per server per unit time*)
- CWS = Biaya menunggu dalam sistem per pelanggan per satuan waktu (*cost of waiting in the system per customer per unit time*)
- CI = Biaya idleness/pengangguran per server per satuan waktu (*cost of idleness per server per unit time*)
- CSR = Biaya tarif layanan per server per satuan waktu (*cost of service rate per server per unit time*)
- R = Hadiah per pelanggan yang masuk per unit waktu (*reward per entering customer per unit time*)

The screenshot displays the 'MIMI 1' configuration window. On the left, a 'Systems' sidebar lists various models, with 'MIMI 1' selected. The main area is titled 'MIMI 1' and contains the following settings:

- X Axis:** λ
- From:** 1
- To:** 2
- Steps:** 0.1
- Grids:** ☒ X axis grid, ☒ Y axis grid
- Required parameters:** μ = 2
- Non-required parameters:**
 - n = 0
 - t = 0
 - r = 0

Gambar 1. 24 Contoh Input Parameter Chart



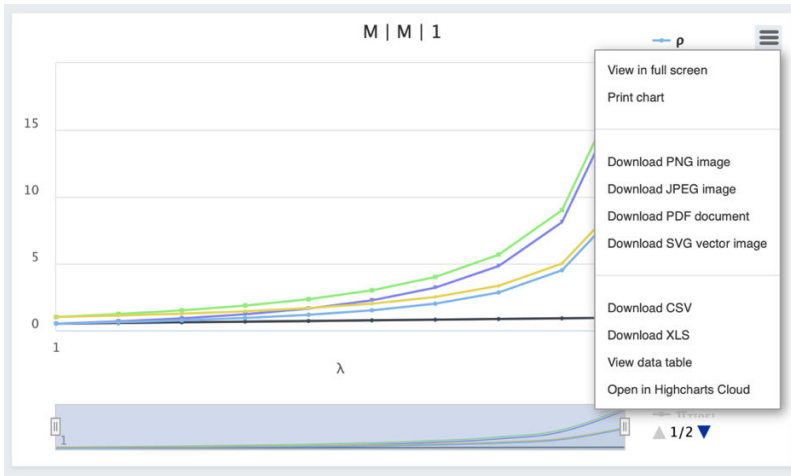
Gambar 1. 25 Contoh Visualisasi Parameter Chart

Untuk tingkat kedatangan $\lambda = 1,8$ pelanggan/menit, dari visualisasi grafik diperoleh:

- $\rho =$ intensitas pelayanan sebesar 0,9
- $U_s =$ utilitas sistem pelayanan sebesar 0,9
- $\bar{W} = W_q =$ rata-rata waktu menunggu pada antrian selama 4,5 menit
- $\bar{T} = W_s =$ rata-rata waktu menunggu dalam sistem selama 5 menit
- $\bar{Q} = L_q =$ rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian sebanyak 8 orang
- $\bar{N} = L_s =$ rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem sebanyak 9 orang

Selain keenam ukuran yang dicontohkan di atas, masih ada 28 ukuran performansi sistem antrian lainnya yang dapat divisualisasikan. Setelah diperoleh grafik dengan tampilan nilai parameter-parameter yang dipilih, hasilnya dapat dilihat secara *full screen* dan kursor dapat digerakkan untuk mengetahui nilai-nilai pada setiap titikanya. Selain itu,

hasil visualisasi grafik dapat disimpan (*download*) dengan berbagai format yang tersedia. Fitur ini tentunya sangat bermanfaat dan memudahkan pengguna dalam menyimpan hasil visualisasi dan perhitungannya.

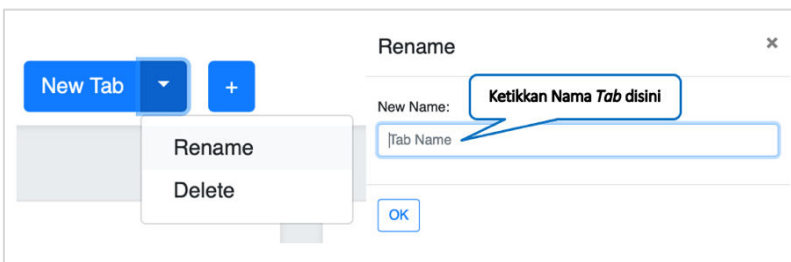


Gambar 1. 26 itur Pengunduhan Visualisasi pada Chart

Compare - Table

Tab Compare - Table merupakan fitur baru yang digunakan untuk melakukan perbandingan ukuran performansi (*performance measures*) dua sistem satu sama lain. Untuk dapat menggunakan *Compare - Table* terlebih dahulu dibuat dua *tab Table*.

Tips: lakukan *rename tab* untuk mempermudah dalam membedakan setiap *tab* yang dibuat.



Gambar 1. 27 Rename Tab pada Website QSA

Misalkan dibuat *Table* M / M / 1 dengan $\lambda = 1,2$ pelanggan/menit dan $\mu = 2$ pelanggan/menit, serta *Table* M / M / 1 dengan $\lambda = 1,8$ pelanggan/menit dan $\mu = 2$ pelanggan/menit.

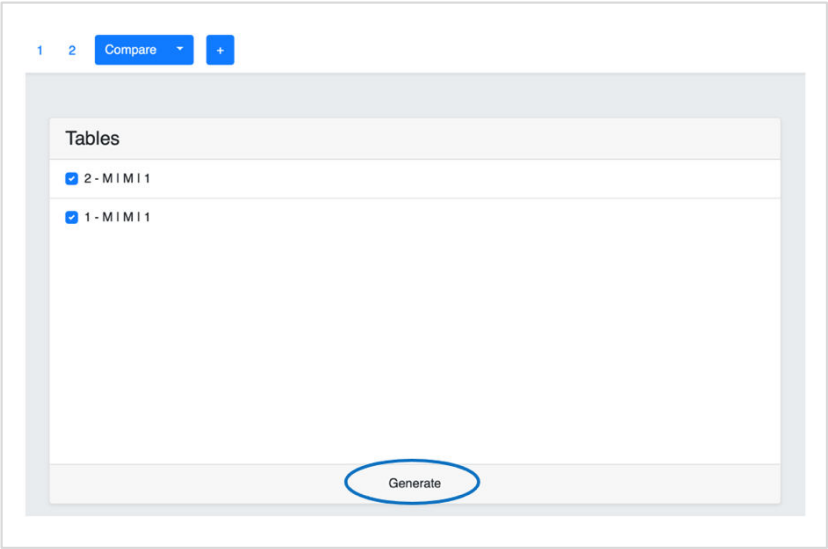
The screenshot shows a web-based simulation interface for an M/M/1 queue. On the left, a 'Systems' sidebar lists various queue types, with 'M/M/1' selected. The main area is titled 'M/M/1' and contains input fields for parameters. Under 'Required parameters', λ is set to 1.2 and μ is set to 2. Under 'Non-required parameters', n is 0, t is 0, and r is 0. Under 'Parameters of the cost function', CS, CWS, CI, CSR, and R are all set to 0. A blue circle highlights the 'Calculate' button at the bottom right.

Gambar 1. 28 Contoh 1 Compare Table

The screenshot shows the same simulation interface as Gambar 1.28, but for Example 2. The 'Required parameters' section now shows λ set to 1.8, while μ remains at 2. All other parameters (n, t, r, CS, CWS, CI, CSR, R) are the same as in the previous example. The 'Calculate' button is again circled in blue.

Gambar 1. 29 Contoh 2 Compare Table

Kedua *tab Table* dikalkulasi terlebih dahulu agar dapat digunakan untuk perbandingan.



Gambar 1. 30 Contoh 3 Compare Table

Kemudian, ke *tab Compare* dan klik “*Generate*” untuk membandingkan kedua model sistem antrian

The screenshot shows the 'Compare Systems' table with the following data:

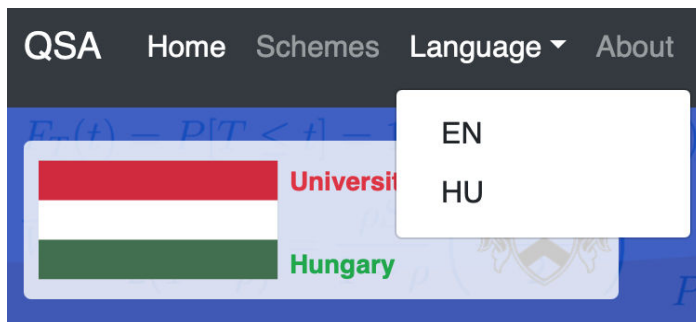
Performance measure	2 - M I M I 1	1 - M I M I 1
ρ	0.9	0.6
U_s	0.9	0.6
$\bar{N}$	9	1.5
$\text{var}(N)$	90	3.75
$\bar{Q}$	8.1	0.9
$\text{var}(Q)$	88.29	2.79
$\bar{T}$	5	1.25

Gambar 1. 31 Contoh Output Compare Table

Dari pengaplikasian *tab Compare - Table*, diperoleh 34 *output* yang sama dengan hasil dari *tab Table*, bedanya pada *tab* ini ditampilkan masing-masing 34 *output* nilai-nilai ukuran performansi untuk setiap model antrian yang dibandingkan.

3. *Language*

Website *QSA Application: Queueing Systems Assistance* dapat diakses dengan menggunakan dua jenis bahasa, yaitu bahasa inggris (EN) dan bahasa hungaria (HU).

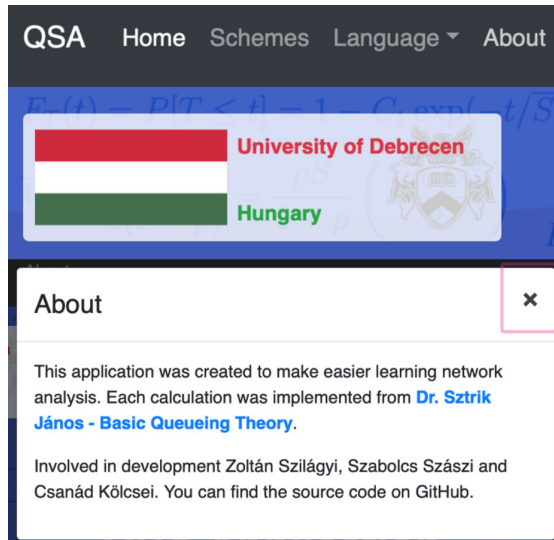


Gambar 1. 32 Tampilan Language Website QSA

Menu *Language* ini digunakan untuk memilih bahasa dalam menggunakan *QSA Application: Queueing Systems Assistance*.

4. *About*

Bagian *About* ini menampilkan deskripsi dari *QSA Application: Queueing Systems Assistance*, seperti tujuan dibangunnya, yaitu untuk mempermudah pembelajaran analisis jaringan, dan informasi bahwa setiap kalkulasi yang dilakukan oleh QSA merupakan implementasi dari buku yang berjudul "*Basic Queueing Theory*" karya Dr. Sztrik János (János, *Basic Queueing Theory*, 2012). Selain itu, diperkenalkan juga tiga orang pengembang QSA, yaitu Zoltán Szilágyi, Szabolcs Szászi, dan Csánád Kölcsei.



Gambar 1. 33 Tampilan About Website QSA

Keempat bagian utama dalam *website QSA Application: Queueing Systems Assistance* dengan berbagai kegunaan dan fitur-fiturnya menjadikan QSA sebagai *website* yang informatif dan praktis untuk digunakan dalam menganalisis berbagai model antrian, terlebih lagi dengan statusnya yang masih terus dalam tahap pengembangan untuk menambahkan berbagai fitur bermanfaat lainnya.

Pemrosesan analisis model-model antrian dalam *website QSA Application: Queueing Systems Assistance* dilakukan dengan melakukan *input* parameter (desimal dinyatakan dengan karakter titik), yaitu:

- 1) Parameter yang Dibutuhkan

Secara umum, dari berbagai pilihan model antrian yang dapat dianalisis dalam QSA, ada dua parameter yang wajib di-*input*-kan, yaitu λ (tingkat kedatangan) dan μ (tingkat pelayanan).

- 2) Parameter Tambahan

Selain dua parameter yang wajib di-*input*-kan, terdapat parameter-parameter lain yang juga dapat dimasukkan ke dalam perhitungan, seperti n (banyak pelanggan pada sistem), t (*slot* waktu), dan r (kuartil).

3) Parameter dari Fungsi Biaya

Parameter-parameter untuk fungsi biaya juga dapat di-input-kan, seperti *CS* (*cost of service per server per unit time*/biaya layanan per server per satuan waktu), *CWS* (*cost of waiting in the system per customer per unit time*/biaya menunggu dalam sistem per pelanggan per satuan waktu), *CI* (*cost of idleness per server per unit time*/biaya idleness atau pengangguran per server per satuan waktu), *CSR* (*cost of service rate per server per unit time*/biaya tarif layanan per server per satuan waktu), dan *R* (*reward per entering customer per unit time*/hadiah per pelanggan yang masuk per unit waktu).

1.3 Contoh Kasus

Sebagai contoh pemrosesan dalam *QSA Application: Queueing Systems Assistance* dilakukan analisis antrian dari contoh kasus berikut.

1.3.1 Contoh Kasus

Dalam kantor cabang sebuah bank di Berkeley, California, dilakukan pengamatan pada suatu mesin kasir depan otomatis (*automatic teller machine*) dari jam 9:30 sampai jam 10:30 pagi. Diketahui bahwa rata-rata 4 pelanggan datang setiap 5 menit dan mesin dapat melayani rata-rata 6 pelanggan dalam 5 menit. Urutan pelanggan yang datang, waktu kedatangan, dan waktu antar kedatangannya disajikan pada tabel berikut (Hall, 1991).

Tabel 1.2 Waktu Kedatangan dan Waktu Antar Kedatangan pada Automatic Teller Machine (dalam satuan menit, 09:30 - 10:30)

n	A ⁻¹ (n)	D(n)	n	A ⁻¹ (n)	D(n)	n	A ⁻¹ (n)	D(n)
1	0,61	0	17	20,39	0,24	33	35,39	0,12
2	0,86	0,25	18	20,83	0,44	34	36,38	0,99
3	1,09	0,23	19	20,99	0,16	35	40,39	4,01

4	5,61	4,52	20	21,31	0,32	36	41,61	1,22
5	6,59	0,98	21	21,39	0,08	37	44,77	3,16
6	6,90	0,31	22	22,96	1,57	38	46,09	1,32
7	7,71	0,81	23	24,03	1,07	39	48,85	2,76
8	7,93	0,22	24	24,15	0,12	40	51,40	2,55
9	7,93	0,00	25	24,32	0,17	41	52,87	1,47
10	8,39	0,46	26	25,40	1,08	42	53,84	0,97
11	9,22	0,83	27	25,77	0,37	43	55,09	1,25
12	9,29	0,07	28	30,39	4,62	44	55,64	0,55
13	12,92	3,63	29	30,91	0,52	45	55,83	0,19
14	14,57	1,65	30	34,43	3,52	46	57,56	1,73
15	17,67	3,10	31	34,54	0,11	47	58,65	1,09
16	20,15	2,48	32	35,27	0,73	48	59,83	1,18

Dengan:

n = Pelanggan ke- n

$A^{-1}(n)$ = Waktu kedatangan pelanggan ke- n

$D(n)$ = Waktu antar kedatangan pelanggan ke- n

Jika diketahui bahwa sistem antrian mengikuti proses Poisson, waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial, serta terdapat satu server (satu *automatic teller machine*). Hitunglah ukuran-ukuran performansi antriannya:

1. Utilitas/tingkat kesibukan antrian.
2. Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem.
3. Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian.

4. Rata-rata waktu menunggu dalam sistem.
5. Rata-rata waktu menunggu dalam antrian.

1.3.2 Penyelesaian Contoh Kasus

Berdasarkan contoh kasus, dapat diketahui bahwa model sistem antriannya dalam notasi Kendall adalah $M / M / 1$, yaitu suatu sistem antrian dengan proses Poisson, waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial, serta terdapat satu *server*. Selain itu, diperoleh informasi bahwa:

Tingkat kedatangan $= \lambda = 4/5 = 0,8$ pelanggan/menit

Tingkat pelayanan $= \mu = 6/5 = 1,2$ pelanggan/menit

Dengan model antrian dan kedua parameter yang telah diketahui, dilakukan perhitungan ukuran-ukuran performansi sistem antrian dan visualisasi karakteristiknya menggunakan *QSA Application: Queueing Systems Assistance* dengan langkah-langkah sebagai berikut.

A. Perhitungan Performansi Sistem Antrian

1) Akses Website *QSA Application: Queueing Systems Assistance*

Untuk dapat mengakses *QSA*, lakukan pencarian *QSA* pada suatu *search engine* atau dengan langsung menuju tautan <https://qsa.inf.unideb.hu>.

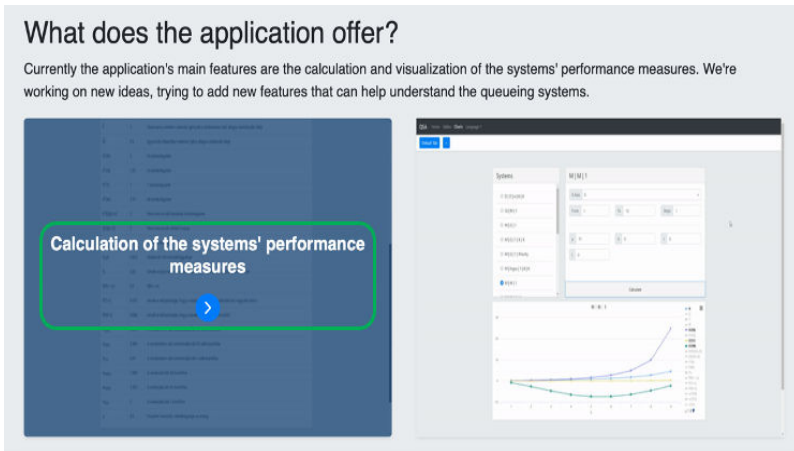


Gambar 1. 34 Tampilan Awal Akses Website QSA

2) Pilih Proses dalam *Website QSA Application: Queueing Systems Assistance*

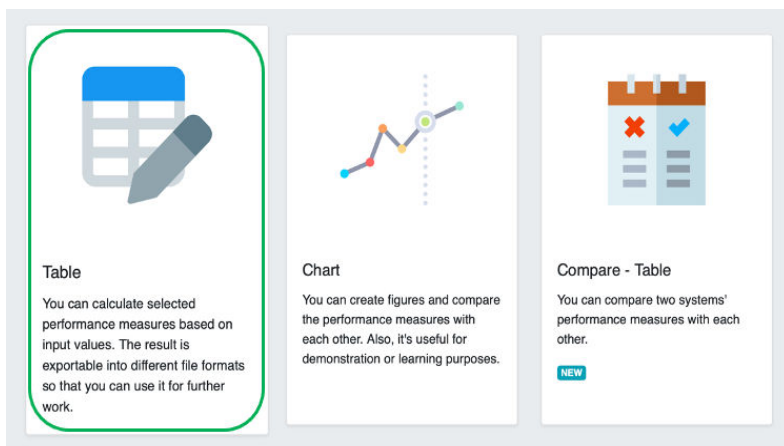
Proses kalkulasi performansi sistem antrian dapat dipilih melalui dua cara, yaitu:

- Melalui *Home*, pada bagian “*What does the application offer?*” pilih *Calculation of the systems’ performance measures*.



Gambar 1. 35 Pemilihan Fitur Kalkulasi Website QSA

- Melalui *Schemes*, pilih *Table*.



Gambar 1. 36 Pemilihan Fitur Table pada Website QSA

3) Pilih Model Sistem Antrian dan Lakukan *Input* Nilai-nilai Parameter

Sesuai dengan contoh kasus, pilih model sistem antrian M / M / 1 dan masukkan nilai tingkat kedatangan (λ) sebesar 0,8 pelanggan/menit dan tingkat pelayanan (μ) sebesar 1,2 pelanggan/menit.

The screenshot shows a software interface for configuring a queueing system. On the left, a sidebar titled 'Systems' lists various models, with 'M/M/1' selected. The main panel, titled 'M/M/1', contains input fields for different parameters. The 'Required parameters' section has fields for λ (0.8) and μ (1.2). The 'Non-required parameters' section has fields for n (0), t (0), and r (0). The 'Parameters of the cost function' section has fields for CS (0), CWS (0), CI (0), CSR (0), and R (0). A 'Calculate' button is located at the bottom right of the main panel.

Gambar 1. 37 Input Nilai Parameter pada Table

4) Hitung Nilai-nilai yang Menggambarkan Performansi Sistem Antrian

Setelah dilakukan *input* nilai-nilai parameter, klik *Calculate* untuk menghitung ukuran-ukuran yang menggambarkan performansi sistem antrian.

This screenshot is identical to the previous one, showing the same 'M/M/1' configuration form. The only difference is that the 'Calculate' button at the bottom right is now highlighted with a green rectangular border, indicating it is the next step in the process.

Gambar 1. 38 Calculate Parameter pada Table

5) Interpretasi Nilai-nilai Hasil Perhitungan QSA

Dengan menggunakan *QSA Application: Queueing Systems Assistance* diperoleh sebanyak 34 *output*. Namun, untuk contoh kasus ini, hanya fokus kepada lima ukuran, yaitu:

- ρ = Utilitas/tingkat kesibukan antrian.
- $\bar{N}$ = L_s = Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem.
- $\bar{Q}$ = L_q = Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian.
- $\bar{T}$ = W_s = Rata-rata waktu menunggu dalam sistem.
- $\bar{W}$ = W_q = Rata-rata waktu menunggu dalam antrian.

M I M I 1		
Performance measure	Value	Description
ρ	0.667	Traffic intensity, unit of measure is the erlang
U_s	0.667	System utilization
$\bar{N}$	2	Average number of customers in the system
$\text{var}(N)$	6	Variance of number of customers in the system
$\bar{Q}$	1.33	Average number of customers in the queue
$\text{var}(Q)$	4.89	Variance of the queue length
$\bar{T}$	2.5	Mean response time
$\text{var}(T)$	6.25	Variance of the response time
$\text{var}(T_{\text{LCFS}})$	16.7	Variance of the response time, LCFS
$\text{var}(T_{\text{SIRO}})$	9.72	Variance of the response time, SIRO
$\bar{W}$	1.67	Average waiting time
$\text{var}(W)$	5.56	Variance of the waiting time

Gambar 1. 39 Output Parameter Table

Dengan melakukan klik pada simbol tanda tanya (?) di setiap bagian kiri deskripsi, muncul penjabaran mengenai bagaimana suatu *output* dihitung lengkap dengan formula dan urutan perhitungannya masing-masing.

Description
Traffic intensity, unit of measure is the erlang ?
System utilization

Gambar 1. 40 Deskripsi Parameter Output Table

Untuk contoh kasus ini, diperoleh:

1. Utilitas/Tingkat Kesibukan Antrian

Calculated using the following formula

General formula

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Step 1

So the final result is

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0.8}{1.2} = 0.667$$

Prev

1

Next

Gambar 1. 41 Tingkat Kesibukan Antrian

Dengan melakukan perhitungan menggunakan *website QSA Application: Queueing Systems Assistance*, diperoleh $\rho = 0,667$ artinya utilitas atau tingkat kesibukan antrian adalah sebesar 0,667. Nilai ini jauh dari angka 0 dan juga belum terlalu mendekati 1. Hal ini berarti sistem mengalami kesibukan yang sedang (tidak terlalu sibuk).

2. Rata-rata Jumlah Pelanggan dalam Sistem

Calculated using the following formula ✕

General formula

$$\bar{N} = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1 - \frac{\lambda}{\mu}}$$

Step 9

So the final result is

$$\bar{N} = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1 - \frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\frac{0.8}{1.2}}{1 - \frac{0.8}{1.2}} = 2$$

Prev 1 2 3 4 5 6 7 8 **9** Next

Gambar 1. 42 Rata-rata Jumlah Pelanggan dalam Sistem

Dengan melakukan perhitungan menggunakan *website QSA Application: Queueing Systems Assistance*, diperoleh $\bar{N} = L_s = 2$ artinya rata-rata ada sebanyak 2 pelanggan dalam sistem.

3. Rata-rata Jumlah Pelanggan dalam Antrian

Calculated using the following formula ✕

General formula

$$\bar{Q} = \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{1 - \frac{\lambda}{\mu}}$$

Step 8

So the final result is

$$\bar{Q} = \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)P_n = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{1 - \frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\left(\frac{0.8}{1.2}\right)^2}{1 - \frac{0.8}{1.2}} = 1.33$$

Prev 1 2 3 4 5 6 7 **8** Next

Gambar 1. 43 Rata-rata Jumlah Pelanggan dalam Antrian

Dengan melakukan perhitungan menggunakan *website QSA Application: Queueing Systems Assistance*, diperoleh $\bar{Q} = L_q = 1,33$ artinya rata-rata ada sebanyak $1,33 \approx 1$ pelanggan dalam antrian.

4. Rata-rata Waktu Menunggu dalam Sistem

Calculated using the following formula

General formula

$$\bar{T} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu-\lambda}$$

Step 3

So the final result is

$$\bar{T} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{1.2-0.8} = 2.5$$

Prev 1 2 3 Next

Gambar 1. 44 Rata-rata Waktu Menunggu dalam Sistem

Dengan melakukan perhitungan menggunakan *website QSA Application: Queueing Systems Assistance*, diperoleh $\bar{T} = W_s = 2,5$ artinya rata-rata pelanggan menghabiskan waktu selama 2,5 menit di dalam sistem.

5. Rata-rata Waktu Menunggu dalam Antrian

Calculated using the following formula

General formula

$$\bar{W} = \sum_{n=1}^{\infty} E(W|n)\pi_n = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\mu(1-\frac{\lambda}{\mu})}$$

Step 6

So the final result is

$$\bar{W} = \sum_{n=1}^{\infty} E(W|n)\pi_n = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\mu(1-\frac{\lambda}{\mu})} = \frac{\frac{0.8}{1.2}}{1.2(1-\frac{0.8}{1.2})} = 1.67$$

Prev 1 2 3 4 5 6 Next

Gambar 1. 45 Rata-rata Waktu Menunggu dalam Antrian

Dengan melakukan perhitungan menggunakan *website QSA Application: Queueing Systems Assistance*, diperoleh $\bar{W} = W_q = 1,67$ artinya rata-rata pelanggan menunggu selama 1,67 menit di dalam antrian.

B. Visualisasi Karakteristik Sistem Antrian

1) Akses Website QSA Application: Queueing Systems Assistance

Untuk dapat mengakses QSA, lakukan pencarian QSA pada suatu *search engine* atau dengan langsung menuju tautan <https://qsa.inf.unideb.hu>.



Gambar 1. 46 Tampilan Awal Akses Website QSA

2) Pilih Proses dalam Website QSA Application: Queueing Systems Assistance

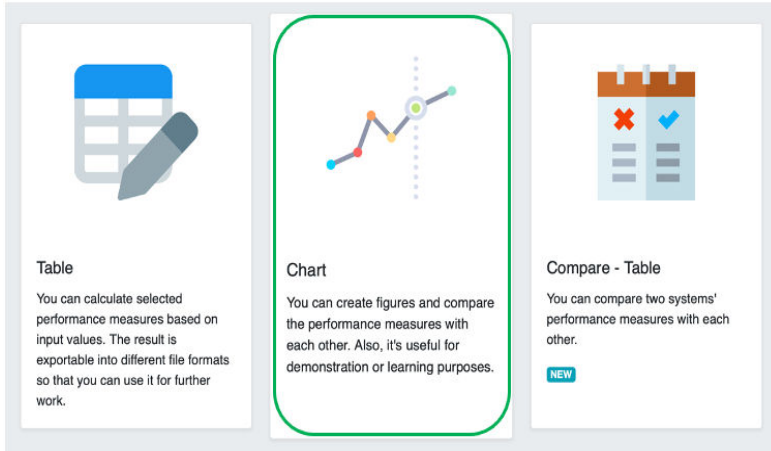
Proses visualisasi karakteristik sistem antrian dapat dipilih melalui dua cara, yaitu:

- Melalui *Home*, pada bagian “What does the application offer?” pilih *Visualization of the systems’ characteristics*.



Gambar 1. 47 Pemilihan Fitur Visualisasi Website QSA

- Melalui *Schemes*, pilih *Chart*.



Gambar 1. 48 Pemilihan Fitur Chart pada Website QSA

3) Pilih Model Sistem Antrian dan Lakukan *Input* Nilai-nilai Parameter

Untuk contoh kasus ini, sumbu x yang dipilih adalah merepresentasikan nilai tingkat kedatangan (λ). Diketahui bahwa tingkat kedatangan (λ) sebesar 0.8 pelanggan/menit dan tingkat pelayanan (μ) sebesar 1,2 pelanggan/menit. Misal, ingin dilihat pergerakannya dari nilai $\lambda = 0,5$ sampai $\lambda = 1$ dengan skalanya 0,1.

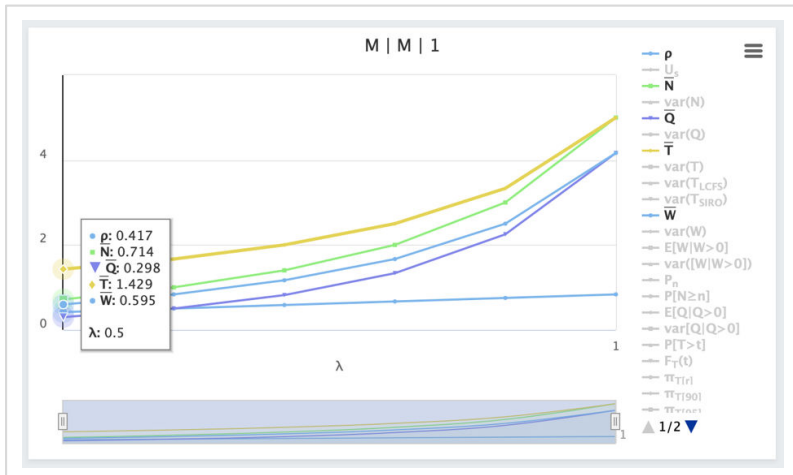
The image shows the 'Systems' selection panel on the left with 'MIM1' selected. The main panel is titled 'MIM1' and contains the following settings:

- X Axis:** λ
- From:** 0.5
- To:** 1
- Steps:** 0.1
- Grids:** ☒ X axis grid, ☒ Y axis grid
- Required parameters:** μ 1.2
- Non-required parameters:**
 - n 0
 - t 0
 - r 0

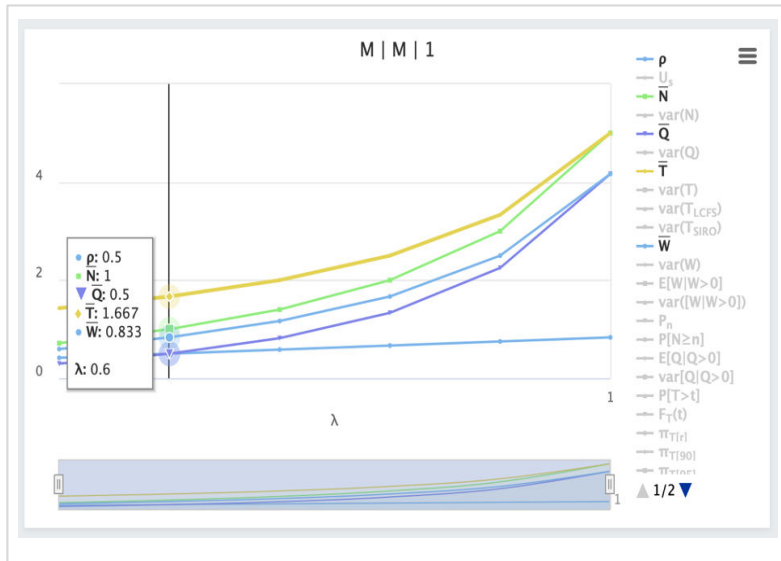
Gambar 1. 49 Input Parameter Sumbu Chart

4) Interpretasi Visualisasi Grafik QSA

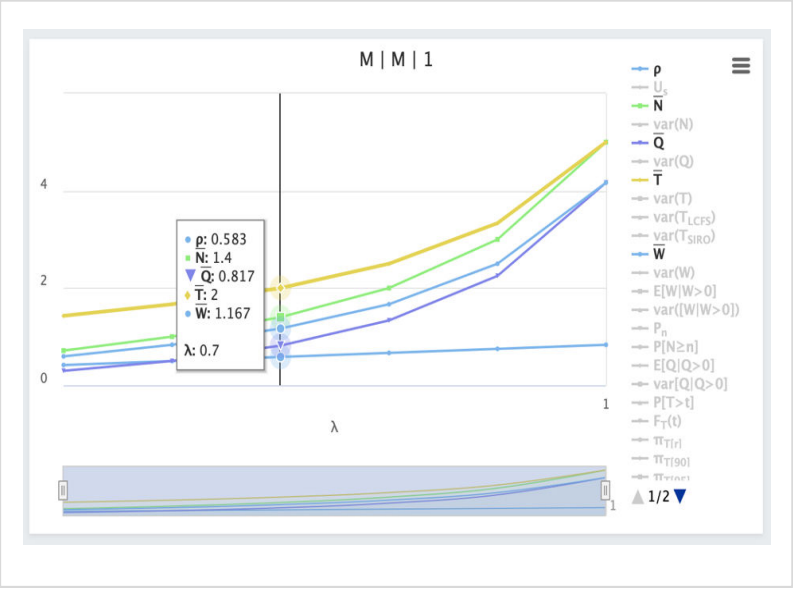
Dengan menggunakan *QSA Application: Queueing Systems Assistance*, setelah melakukan *input* nilai tingkat kedatangan (λ) dan tingkat pelayanan (μ), diperoleh hasil visualisasi berupa grafik sebagai berikut.



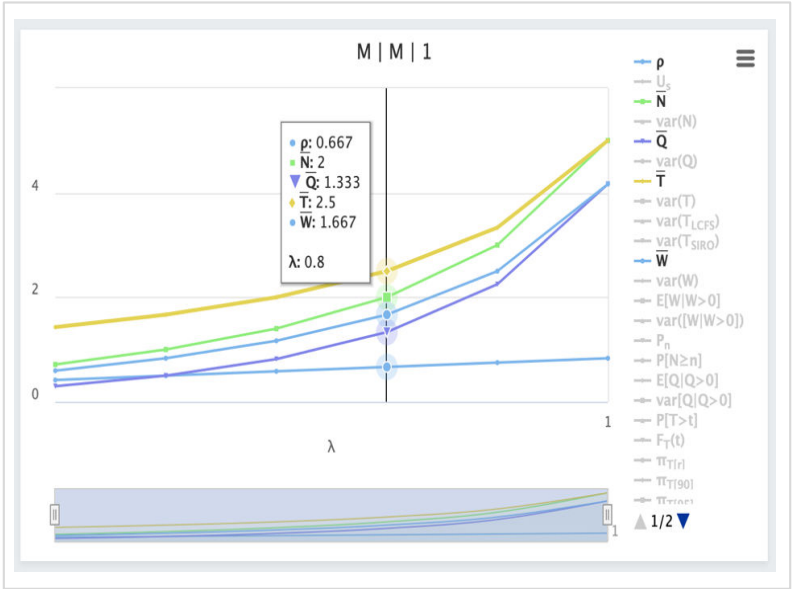
Gambar 1.50 Output 1 Visualisasi Chart



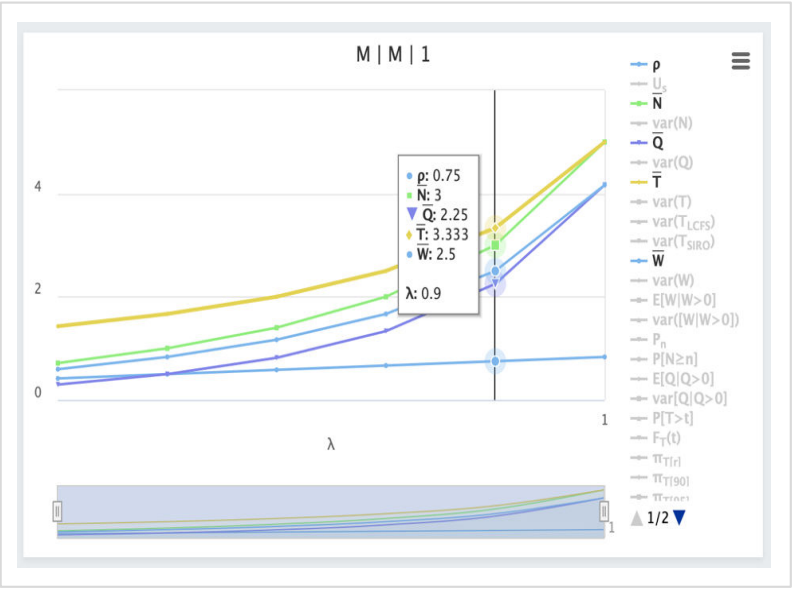
Gambar 1.51 Output 2 Visualisasi Chart



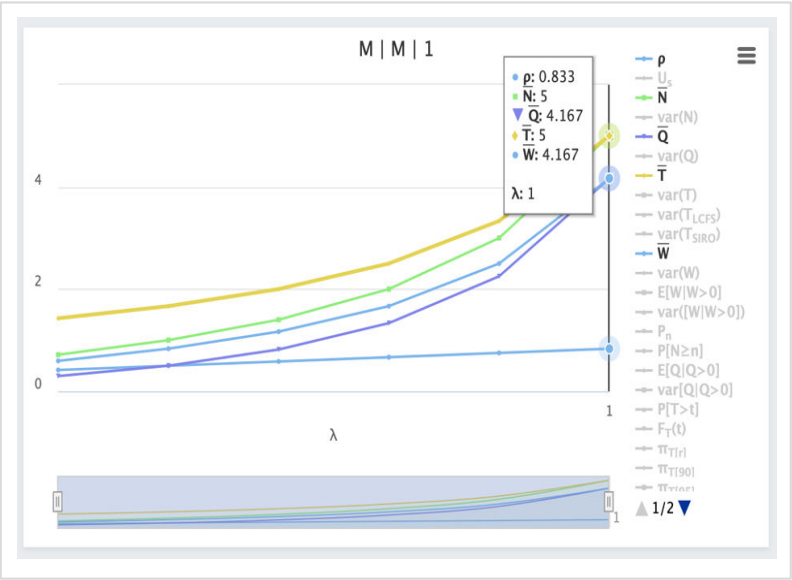
Gambar 1. 52 Output 3 Visualisasi Chart



Gambar 1. 53 Output 4 Visualisasi Chart



Gambar 1. 54 Output 5 Visualisasi Chart



Gambar 1. 55 Output 6 Visualisasi Chart

Dari visualisasi berupa grafik yang diperoleh dari QSA, dapat dilihat pergerakan dan diketahui nilai-nilai performansi antrian sesuai parameter yang dijadikan sumbu x . Untuk contoh kasus ini, dapat dilihat bahwa seiring bertambah besarnya nilai tingkat kedatangan (λ), nilai-nilai performansi seperti ρ (utilitas/tingkat kesibukan antrian), $\bar{N}$ (rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem), $\bar{Q}$ (rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian), $\bar{T}$ (rata-rata waktu menunggu dalam sistem), dan $\bar{W}$ (rata-rata waktu menunggu dalam antrian) juga semakin meningkat.

1.4 Kesimpulan QSA

Penggunaan *website QSA Application: Queueing Systems Assistance* dalam menganalisis suatu model antrian dengan parameter-parameternya yang telah diketahui menghasilkan banyak pengetahuan atau informasi baru mengenai model antriannya, mulai dari hasil perhitungan nilai ukuran-ukuran performansi suatu sistem antrian, sampai visualisasi karakteristik sistem antriannya.

1.4.1 Kesimpulan Analisis Contoh Kasus

Pada bagian sebelumnya, telah dilakukan pengaplikasian QSA dalam menganalisis contoh kasus pengamatan pada mesin kasir depan otomatis (*automatic teller machine*) di kantor cabang sebuah bank di Berkeley, California dengan model antrian $M / M / 1$, yaitu suatu sistem antrian yang mengikuti proses Poisson, waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan berdistribusi Eksponensial, serta terdapat satu *server*. Dengan diketahui nilai-nilai parameternya, yaitu tingkat kedatangan (λ) sebesar 0,8 pelanggan/menit dan tingkat pelayanan (μ) sebesar 1.2 pelanggan/menit, dilakukan kalkulasi ukuran-ukuran performansi sistem antrian dan visualisasi karakteristiknya menggunakan *website QSA Application: Queueing Systems Assistance*. Pemrosesan ini menghasilkan kesimpulan sebagai berikut.

- 1) Antrian di mesin kasir depan otomatis (*automatic teller machine*) diketahui memiliki tingkat kesibukan atau utilitas sebesar 0.667

yang artinya sistem mengalami kesibukan yang sedang (tidak terlalu sibuk) karena nilai utilitasnya yang jauh dari angka 0 dan juga belum terlalu mendekati 1.

- 2) Dalam sistem antriannya, diperoleh informasi bahwa rata-rata ada sebanyak 2 pelanggan dalam sistem antrian di mesin kasir depan otomatis (*automatic teller machine*), sedangkan dalam antriannya, rata-rata ada sebanyak 1 pelanggan.
- 3) Waktu rata-rata yang dihabiskan pelanggan secara keseluruhan dalam sistem antrian di mesin kasir depan otomatis (*automatic teller machine*) adalah selama 2,5 menit, sedangkan waktu rata-rata pelanggan untuk menunggu dalam antriannya adalah selama 1,67 menit.
- 4) Visualisasi kelima karakteristik antrian, yaitu ρ (utilitas/tingkat kesibukan antrian), $\bar{N}$ (rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem), $\bar{Q}$ (rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian), $\bar{T}$ (rata-rata waktu menunggu dalam sistem), dan $\bar{W}$ (rata-rata waktu menunggu dalam antrian), menunjukkan peningkatan seiring semakin besarnya nilai tingkat kedatangan (λ).

1.4.2 Kesimpulan Penggunaan Website QSA

Setelah melakukan analisis model antrian dengan menggunakan *QSA Application: Queueing Systems Assistance*, dapat diketahui kelebihan dan kekurangan dari *website* ini sebagai berikut.

1) Kelebihan QSA

- Penggunaan *QSA Application: Queueing Systems Assistance* praktis karena dapat digunakan di berbagai perangkat, seperti di *desktop*, *laptop*, dan perangkat seluler.
- Tampilan *website* rapi dan modern, serta seluruh bagian dalam *website* sangat informatif karena banyak deskripsi dan penjelasannya.
- Kemampuan *QSA* dalam menganalisis suatu model antrian mencakup banyak perhitungan nilai-nilai performansi antrian dan visualisasi karakteristiknya dengan berbagai pilihannya.

- Banyak model-model antrian yang sudah didukung untuk dilakukan analisis dengan *QSA Application: Queueing Systems Assistance*.
- Ada fitur *warning* yang membuat pengguna mengetahui apabila ada kesalahan pada proses *input* data.
- Deskripsi pada setiap *output* perhitungan nilai-nilai performansi antrian dilengkapi dengan arti notasi-notasi yang digunakan, lengkap hingga langkah-langkah perhitungannya.
- Fitur visualisasi dengan *chart* sangat memudahkan dalam simulasi pembelajaran dan dalam memperoleh informasi mengenai ukuran-ukuran performansi suatu sistem antrian secara grafis.
- Adanya fitur *compare table* mempermudah pengguna dalam membandingkan model antrian satu dengan lainnya.
- Segala bentuk *output* perhitungan, baik nilai-nilai ukuran performansi antriannya maupun hasil visualisasi grafiknya, dapat disimpan dan diunduh dengan berbagai pilihan format.

2) Kekurangan QSA

Kekurangan dari *website QSA Application: Queueing Systems Assistance* terletak pada data yang dapat diolah. Dalam menggunakan QSA, saat ini hanya dapat dilakukan pemrosesan langsung dari data nilai-nilai parameternya saja, seperti misalnya dengan memasukkan nilai tingkat kedatangan (λ) dan tingkat pelayanan (μ), bukan dari data asli antriannya, sehingga untuk penentuan nilai-nilai parameter ini perlu diketahui sebelumnya atau dengan bantuan penggunaan *software* lain, seperti misalnya dengan *software* yang direkomendasikan langsung oleh pengembang QSA, yaitu *QTSplus*. Namun, hal ini bisa jadi akan ditambahkan pada pembaharuan fitur ke depannya, karena berdasarkan pernyataan dari pengembang QSA yang tercantum di dalam *website*, disebutkan bahwa hingga saat ini, para pengembang QSA masih terus berusaha mencoba menambahkan fitur baru yang dapat membantu memahami sistem antrian.



BAB II Analisis Sistem Antrian Model Erlang dengan Queuing Calculator

2.1 Pendahuluan

Kalkulator antrian atau *Queuing Calculator* adalah program yang sederhana, namun mampu memproses perhitungan model antrian. Ada berbagai macam model antrian yang bisa dikerjakan di *Queuing Calculator*. Kali ini dipilih *Queuing Calculator* untuk mengerjakan model Erlang. Model Erlang merupakan model antrian dimana jumlah pelanggan tidak terbatas tapi jumlah server terbatas. Jika banyaknya server yang disediakan terbatas, memungkinkan terjadi antrian yang terlalu lama, sehingga orang dapat memutuskan untuk meninggalkan antrian tersebut. Hal ini merupakan suatu kerugian bagi pihak perusahaan, karena kehilangan pelanggan. Agar tidak kehilangan pelanggan, maka pihak perusahaan harus menyediakan server yang mencukupi.

Distribusi Erlang C digunakan untuk menentukan dimensi *common-equipment* dimana panggilan yang datang lebih dulu akan dilayani lebih dulu (*first-in first-out* /FIFO) berdasarkan antrian. Distribusi Erlang C biasa digunakan pada Call Center. Banyaknya panggilan yang masuk pada Call Center membuat antrian pada sistem. Maka, perlu dilakukan pengolahan data atau perhitungan performansi untuk mengetahui kinerja pada Call Center. Pada perhitungan kali ini digunakan *Queuing Calculator Erlang C* atau *Erlang C Formula Calculator* yang terdapat pada website

<https://erlang.chwyean.com/erlang/erlangC.html>. Diharapkan queuing calculator ini dapat membantu dalam pengerjaan soal teori antrian.

2.2 Tentang Program

Pada program ini menggunakan skrip yang mengeksekusi program Erlang yang diimplementasikan di perpustakaan Java JCCOptim untuk pusat panggilan. JCCOptim telah dikembangkan sebagian besar selama gelar master dan doktor di Wyeen Chan, di bawah pengawasan Prof. Pierre L'Ecuyer, di Departemen Ilmu Komputer dan Riset Operasi Université de Montréal. Pustaka ini berisi algoritma asli yang dikembangkan oleh penulis dan juga implementasi metode dari karya ilmiah yang ditulis oleh peneliti lain.

Program ini disediakan apa adanya dan bebas digunakan untuk penggunaan pribadi, akademik, dan non-komersial. Program ini disediakan tanpa jaminan dalam bentuk apa pun atau dapat diakses secara gratis. Program utama dikembangkan untuk pengoptimalan staf dan penjadwalan agen, dan juga pengoptimalan perutean panggilan-ke-agen. Beberapa rumus antrian, seperti Erlang A (pengabaian), Erlang B dan C, juga tersedia.

Rumus Erlang, yang diimplementasikan di JCCOptim, juga tersedia untuk penggunaan online. Ada 3 jenis erlang yang tersedia:

- *Erlang A Calculator* : Ekstensi ke Erlang C dengan menambahkan pelanggan yang tidak sabar dan pengabaian ke model. Waktu kesabaran pelanggan dimodelkan dengan distribusi eksponensial. Disarankan untuk menggunakan Erlang A daripada Erlang C ketika ada pengabaian. Berikut adalah tampilan dari *Erlang A Calculator*:

Program setup

Input parameters

1. Arrival rate: per

2. Average service time:

3. Average patience time:

4. Acceptable waiting time: (used to define the [service level](#))

5. Queue capacity: (must be integer; ignored if using SLD approximation formula)

Output parameters

6. Service level formula: ☒ SL1 ☐ SL2 ☐ SLD ([see instructions](#) for details)

7. Average waiting time unit: ☐ hour ☒ minute ☐ second

8. Display graph outputs: ☒ yes ☐ no

9. Server range output: (evaluates range of server values; must be integer, max: 20)

Action to execute

☐ 10. Evaluate with number of servers (minimum is 1)

☒ 11. Find minimum servers for service level target % (must be between 0 and 100)

Gambar 2. 1 Tampilan Erlang A Calculator

- *Erlang B Calculator* : Ini adalah rumus Erlang yang terkenal tanpa antrian. Pelanggan baru yang datang secara sistematis diblokir (dan ditolak) jika semua server ditempati. Berikut adalah tampilan dari *Erlang B Calculator*:

Program setup

Input parameters

1. Arrival rate: per

2. Average service time:

Output parameters

3. Display graph output: ☒ yes ☐ no

4. Server range output: (evaluates a range of server values; must be integer, max: 20)

Action to execute

☐ 5. Evaluate with number of servers (minimum is 1)

☒ 6. Find minimum servers for maximum blocking prob. % (must be between 0 and 100 exclusively)

Gambar 2. 2 Tampilan Erlang B Calculator

- *Erlang C Calculator* : Ini adalah rumus Erlang yang terkenal. Pelanggan memiliki waktu kesabaran yang tak terbatas, karenanya tidak ada pengabaian. Program kami mendukung kapasitas antrian terbatas dan tidak terbatas. Jika antrian memiliki pengabaian pelanggan, kami sangat menyarankan untuk menggunakan Erlang A sebagai gantinya. Berikut adalah tampilan dari *Erlang C Calculator*:

Program setup

Input parameters

- Arrival rate: per
- Average service time:
- Acceptable waiting time: (used to define the [service level](#))
- Queue capacity: (must be integer, or set -1 for unlimited capacity)

Output parameters

- Average waiting time unit: ☐ hour ☒ minute ☐ second
- Display graph outputs: ☒ yes ☐ no
- Server range output: (evaluates a range of server values; must be integer, max: 20)

Action to execute

- ☐ Evaluate with number of servers (minimum is 1)
- ☒ Find minimum servers for service level target % (must be between 0 and 100)

Execute

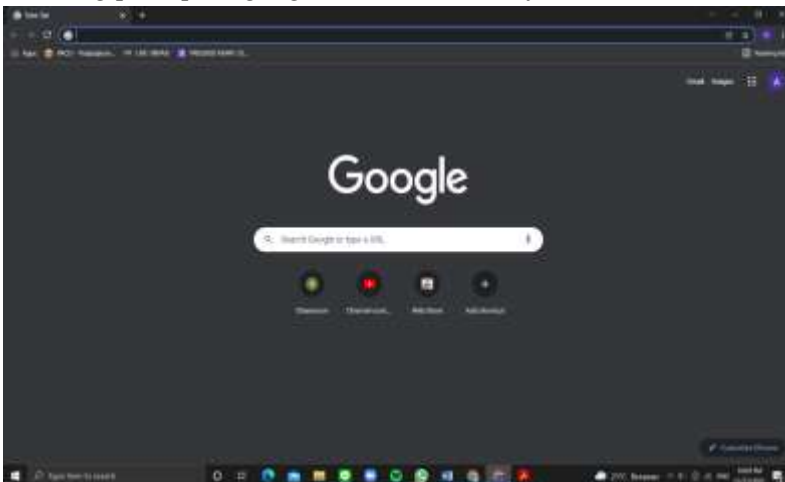
Clear

Gambar 2. 3 Tampilan Erlang C Calculator

2.2 Langkah Operasi Queuing Calculator

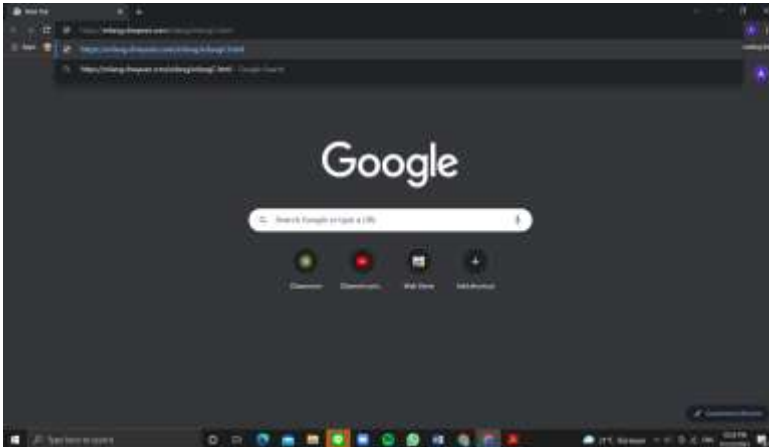
Berikut merupakan langkah-langkah yang harus dilakukan untuk menjalankan program Queuing Calculator.

1. Buka mesin pencarian atau browser yang terdapat pada masing-masing pc, seperti google chrome, mozilla, yahoo, dan lain-lain.



Gambar 2. 4 Tampilan Browser

2. Pada bagian pencarian cantumkan website yang akan dikunjungi, dengan alamat webnya yaitu (<https://erlang.chwyean.com/erlang/erlangC.html>)



Gambar 2. 5 Tampilan Pencarian Web

3. Berikut adalah tampilan pada laman *queuing calculator* yang sudah diakses

Gambar 2. 6 Tampilan Erlang Queuing Calculator

Pada bagian yang diberi tanda merah, kita dapat memilih Erlang model apa yang akan digunakan. Saya memilih Erlang C.

4. Setelah pilih Erlang C, data dapat diinput ke bagian “Input Parameters”

Erlang C Formula Calculator

This script evaluates the [performance measures](#) (service level, delay probability and average waiting time) of a queueing system using the Erlang C formula.
This script executes the Erlang C program implemented in the [JCCOptim](#) Java library for call centers.
See the [instructions](#) for usage details.

Program setup

Input parameters

1. Arrival rate: per minute

2. Average service time: minute

3. Acceptable waiting time: second (used to define the [service level](#))

4. Queue capacity: (must be integer, or set -1 for unlimited capacity)

Output parameters

5. Average waiting time unit: ☐ hour ☒ minute ☐ second

6. Display graph outputs: ☒ yes ☐ no

7. Server range output: (evaluates a range of server values, must be integer, max: 20)

Action to execute

☐ 8. Evaluate with number of servers (minimum is 1)

☒ 9. Find minimum servers for service level target % (must be between 0 and 100)

Output

Gambar 2. 7 Tampilan Queuing Calculator “Input Parameter”

5. Setelah input data, hasil akan keluar pada bagian output

Erlang C Formula Calculator

This script evaluates the [performance measures](#) (service level, delay probability and average waiting time) of a queueing system using the Erlang C formula.
This script executes the Erlang C program implemented in the [JCCOptim](#) Java library for call centers.
See the [instructions](#) for usage details.

Program setup

Input parameters

1. Arrival rate: per minute

2. Average service time: minute

3. Acceptable waiting time: second (used to define the [service level](#))

4. Queue capacity: (must be integer, or set -1 for unlimited capacity)

Output parameters

5. Average waiting time unit: ☐ hour ☒ minute ☐ second

6. Display graph outputs: ☒ yes ☐ no

7. Server range output: (evaluates a range of server values, must be integer, max: 20)

Action to execute

☐ 8. Evaluate with number of servers (minimum is 1)

☒ 9. Find minimum servers for service level target % (must be between 0 and 100)

Output

Gambar 2. 8 Tampilan Queuing Calculator “Output”

2.3 Parameter Dan Pembahasannya

Deskripsi dari parameter-parameter yang terdapat pada program:

1. **Arrival rate:** Rata-rata jumlah pelanggan yang datang per unit waktu.

2. **Average service time:** Durasi waktu rata-rata yang dibutuhkan server untuk melayani satu pelanggan. Ini adalah kebalikan dari tarif layanan.
3. **Acceptable waiting time:** Ini adalah ambang waktu tunggu dari ukuran Service Level (SL).
4. **Queue capacity:** Ukuran maksimum antrian menunggu. Ketika antrian penuh, semua pelanggan baru diblokir. Parameter ini harus bilangan bulat. Tetapkan nilai negatif untuk memilih kapasitas antrian tidak terbatas
5. **Average waiting time unit:** Pilih unit waktu dari hasil waktu tunggu rata-rata.
6. **Display graph outputs:** Pilih "ya" untuk menampilkan tabel hasil dalam grafik. Opsi ini memerlukan dukungan browser. Gunakan parameter "Output rentang server" untuk mengontrol jumlah poin di grafik.
7. **Server range output:** Biarkan RR menjadi parameter ini dan SS jumlah server yang diberikan, maka program akan mengevaluasi ukuran kinerja untuk semua server antara (S-R)(S-R) dan (S+R)(S+R), kecuali jika antrian tidak stabil. Parameter SS dapat diberikan oleh pengguna (parameter #8) atau ditemukan dengan meminimalkan jumlah server untuk target tingkat layanan yang diberikan (parameter #9)
8. **Evaluate:** Jika opsi ini dipilih, maka menekan tombol "EXECUTE" akan menghitung ukuran kinerja menggunakan rumus Erlang C untuk jumlah server yang diberikan. Ukuran kinerja untuk jumlah server terdekat juga dapat dihitung dengan menyetel parameter "Output rentang server". Jumlah server harus bilangan bulat dan lebih besar dari beban lalu lintas yang ditentukan di atas. Nilai minimalnya adalah 1.
9. **Find minimum servers:** Jika opsi ini dipilih, maka menekan tombol "EXECUTE" akan memerintahkan program untuk menemukan jumlah minimum server yang diperlukan untuk mencapai tingkat layanan (SL) yang sama atau lebih tinggi dari target SL yang diberikan. Biarkan YY menjadi nomor ini dan TT target SL. Kemudian,

$$Y = \min\{y: SL(y, t) \geq T, y \in \mathbb{N}\},$$

di mana fungsi tingkat layanan $SL(y,t)$ dan waktu tunggu yang dapat diterima t dijelaskan dalam ukuran kinerja, dan N adalah himpunan bilangan asli. Program akan mengevaluasi ukuran kinerja pada Y dan sekitar Y , seperti dengan opsi "Evaluate". Parameter target tingkat layanan harus antara 0 dan 100%, secara inklusif.

2.4 Contoh Aplikasi

1. Input data pada bagian “Input Parameters” sebagai berikut:

Program setup

Input parameters

1. Arrival rate:

5.7

per

minute

▼

2. Average service time:

10.5

minute

▼

3. Acceptable waiting time:

20

second

▼

(used to define the service level)

4. Queue capacity:

-1

(must be integer, or set -1 for unlimited capacity)

Output parameters

5. Average waiting time unit:

☐ hour

☒ minute

☐ second

6. Display graph outputs:

☒ yes

☐ no

7. Server range output:

5

(evaluates a range of server values; must be integer, max: 20)

Action to execute

☐ 8. Evaluate with number of servers

10

(minimum is 1)

☒ 9. Find minimum servers for service level target

80

% (must be between 0 and 100)

Execute

Clear

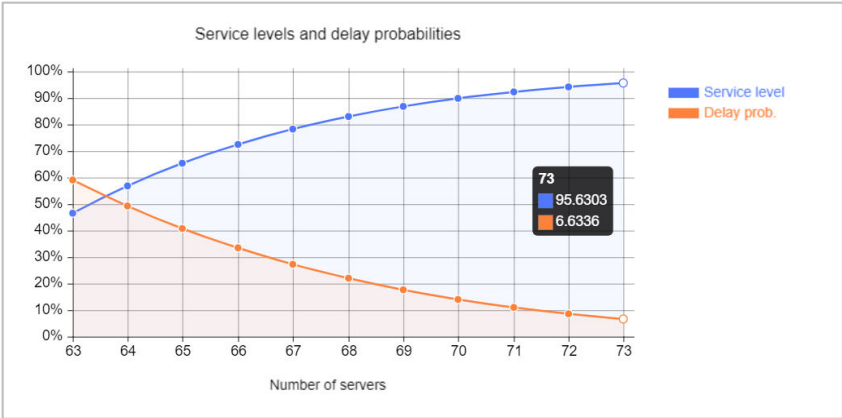
Gambar 2. 9 Contoh Input

2. Setelah di “EXECUTE” maka akan keluar hasil pada bagian “OUTPUT” sebagai berikut:

Tabel 2.1 Ouput1, Minimum Numberof Servers Needed

Servers	Service Levels (%)	Delays (%)	Avg Wait (Minute)
63	46,55	59,07	1,97
64	56,82	49,26	1,25
65	65,38	40,76	0,83
66	72,46	33,47	0,57
67	78,27	27,27	0,40
68	82,99	22,03	0,28
69	86,81	17,64	0,20
70	89,85	14,01	0,14

71	92,27	11,02	0,10
72	94,16	8,59	0,07
73	95,63	6,63	0,05



Gambar 2. 10 Output 2



Gambar 2. 11 Output 3

2.5 Kelebihan Dan Kekurangan

≈ Kekurangan

- Pada queuing calculator ini hanya bisa menginput nilai yang ada pada parameter, tidak bisa mengolah data secara bebas
- Hanya bisa menginput data yang sudah ditentukan

≈

Kelebihan

- Praktis
- Mudah di pahami
- Tidak berbayar dan tidak ada batasan waktu

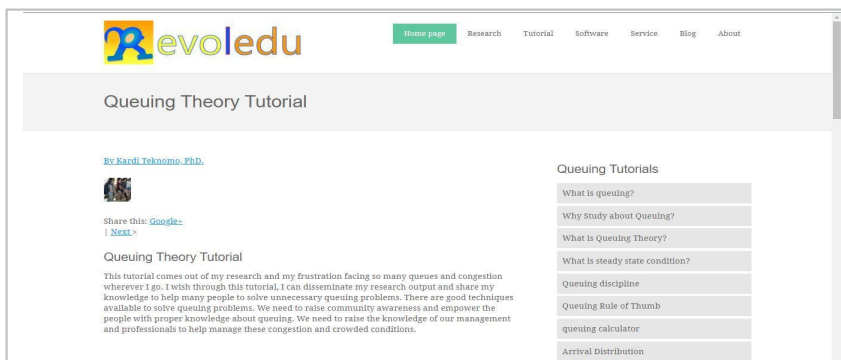


BAB III Analisis Antrian Melalui Queuing Calculator (Revoledu)

3.1 Pendahuluan

Revoledu.com adalah website yang didirikan oleh Kardi Teknomo sejak tahun 2003. Website ini menyediakan banyak Petunjuk permasalahan matematik dan statistik seperti Principal Component Analysis, Python for Data Science, Neural Network, Decision Tree, Hierarchical Clustering, Linear Algebra, Queuing Theory dan masih banyak lagi. Petunjuk-Petunjuk yang tersedia dapat diakses secara gratis dan berbayar. Salah satu Petunjuk gratis yang disediakan revoledu dan yang akan kami bahas pada bab ini adalah Queuing Theory Petunjuk.

Queuing Theory Petunjuk merupakan Petunjuk yang dibuat berdasarkan penelitian dan pengalaman menghadapi begitu banyak antrian yang terjadi di kehidupan sehari-hari. Dengan Petunjuk ini diharapkan dapat memecahkan masalah antrian, sehingga kedepannya kesadaran dan pengetahuan masyarakat mengenai teori antrian meningkatkan, selain itu dapat pula meningkatkan pengetahuan manajemen dan profesional untuk menangani kemacetan dan kepadatan.



Gambar 3. 1 Tampilan Queuing Theory Petunjuk dalam Revoledu
(Sumber: <https://people.revoledu.com/kardi/Petunjuk/Queuing/index.html>)

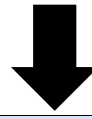
3.2 Instalasi Software

3.2.1 Langkah-Langkah Pengoperasian

Langkah-langkah pengoperasian Queuing Calculator dengan menggunakan website Revoledu dijelaskan dengan diagram alir sebagai berikut:



Gambar 3. 2 Mencari Revoledu dalam search engine



Langkah 2

Memilih Queuing Theory dalam beberapa Petunjuk yang tersedia dalam Revoledu Petunjuk

[Continued Fraction](#)



An introduction to regular continued fraction (finite, infinite and periodic) and its application to convert decimal to fraction, compute π and Euler number.

[LAN Connections Switch](#)



How to automate switch between LAN connections from static IP address to broadband DHCP

[Queuing Theory](#)



Get frustrated because of congestion and queuing problem? Read this tutorial to solve your unnecessary queuing problems.

[Generalized Inverse](#)



Solve regression using generalized inverse matrix in MS Excel

[Page Rank](#)



Learn how to compute Google Page Rank algorithm using MS Excel iteration and Matlab. Read more

[Quadratic Function](#)



Explore the characteristics of quadratic function and parabola curve

[Learning from Data](#)



Statistical concepts and online programs about central tendency and variation of data.

[Crypt Arithmetic](#)



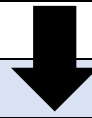
Have fun with mathematical puzzle and solution.

[Complex Number](#)



Build Fractal Geometry using Complex Number. It gives you the basic arithmetic of Complex

Gambar 3. 3 Memilih Queuing Theory dalam Revoledu Petunjuk



Langkah 3

Memilih jenis topik ataupun kalkulator yang dibutuhkan dalam memecahkan masalah antrian



[Home page](#) [Research](#) [Tutorial](#) [Software](#) [Service](#) [Blog](#) [About](#)

Queuing Theory Tutorial

By: Karel Zakarias PhD



Share this: [Google+](#) [Facebook](#)

Queuing Theory Tutorial

This tutorial covers one of my research and my frustration facing to many queues and congestion whenever I go. I wish through this tutorial, I can disseminate my research output and share my knowledge to help many people to solve unnecessary queuing problems. There are good techniques available to solve queuing problems. We need to make community awareness and empower the people with proper knowledge about queuing. We need to raise the knowledge of our management and professionals to help manage these congestion and crowded conditions.

Queuing Tutorials

[What is queuing?](#)

[Why study about Queuing?](#)

[What is Queuing Theory?](#)

[What is steady state condition?](#)

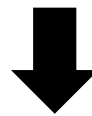
[Queuing discipline](#)

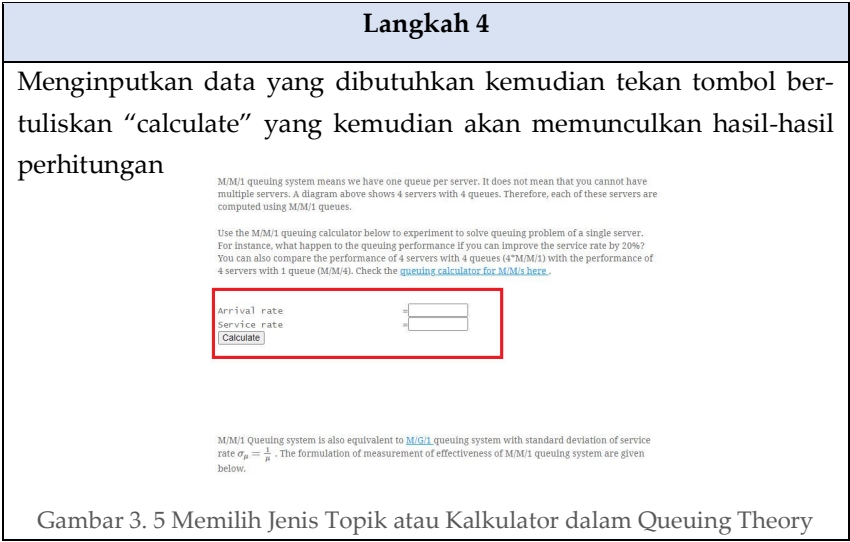
[Queuing Rule of Thumb](#)

[Queuing calculator](#)

[Arrival distribution](#)

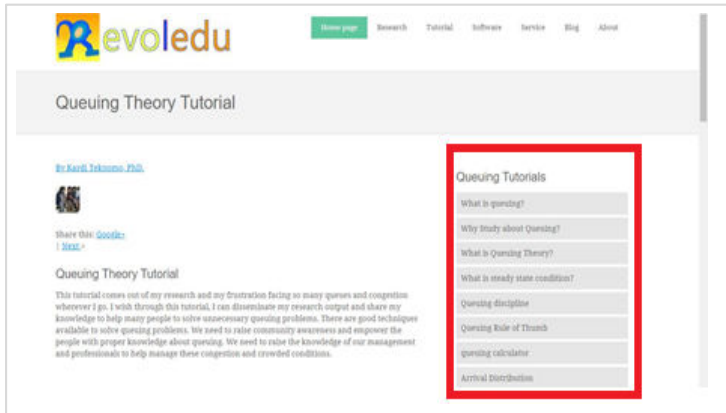
Gambar 3. 4 Memilih Jenis Topik atau Kalkulator dalam Queuing Theory





≈ *Queuing Petunjuks*

Queuing Petunjuks berada tepat di pinggir sebelah kanan yang menjelaskan mengenai topik yang tersedia dalam Petunjuk ini. Hal ini serupa dengan daftar isi dalam Petunjuk ini, dengan queuing Petunjuks ini kita dapat memilih dan mengklik topik untuk langsung diarahkan pada halaman topik.



Gambar 3. 7 Tampilan Topik dalam Queuing Theory Petunjuk dalam Revoledu (Sumber: <https://people.revoledu.com/kardi/Petunjuk/Queuing/Queuing-What-Is.html>)

Adapun topik yang tersedia dalam queuing Petunjuk antara lain adalah:

- ***What is queuing***

Menjelaskan mengenai apa itu antrian, tujuan antrian dan ada pula kategorisasi sistem antrian berdasarkan ada tidaknya *waiting line*.

- ***Why Study about Queuing***

Topik ini menjelaskan mengapa kita perlu belajar antrian, yang dijelaskan dengan pemberian contoh kasus antrian sehari-hari baik pada manusia, maupun pada benda.

- ***What is Queuing Theory***

Topik ini menjelaskan apa itu teori antrian, contoh teori antrian dan manfaat teori antrian.

- ***What is steady state condition***

Menjelaskan kondisi steady state dalam teori antrian, yaitu kondisi jangka panjang sistem tidak berubah atau dalam keadaan setimbang. Diperlihatkan pula grafik yang menunjukkan keadaan transien kemudian lama-lama menjadi keadaan steady state.

- ***Queuing discipline***

Topik ini berisi mengenai penjelasan bagaimana pelanggan akan dilayani selain itu diberikan pula contohnya. Queuing discipline antara lain At Once, First in first out (FIFO), Last in first out (LIFO), Loop, dan Priority.

- ***Arrival Distribution***

Pada topik ini dijelaskan mengenai distribusi kedatangan yang merepresentasikan kedatangan pelanggan ke dalam sistem. Dibahas pula cara perhitungan arrival rate yang dilambangkan dengan λ dan probabilitas kedatangan pelanggan ke- x yang berdistribusi poisson.

- ***Service Time Distribution***

Pada topik ini menjelaskan mengenai distribusi waktu pelayanan, server antrian, dan perhitungan distribusi, dan μ (μ).

- ***M/M/1 Queuing System***

Pada topik ini dijelaskan mengenai performansi teori antrian sederhana dengan satu server, distribusi kedatangan mengikuti distribusi poisson dan distribusi waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial. Dalam tahap ini diberikan pula ilustrasi yang memudahkan pembaca dalam memahami situasi M/M/1 Queuing System.

- ***M/M/1 Queuing Calculator***

Masih dalam halaman yang sama dengan M/M/1 Queuing System, M/M/1 Queuing calculator menjelaskan kalkulator teori antrian yang berfungsi untuk menyelesaikan permasalahan antrian dengan *single server* dengan tampilan sebagai berikut:

Arrival rate

=

Service rate

=

Calculate

Gambar 3.8 Tampilan M/M/1 Queuing calculator
 (Sumber: <https://people.revoledu.com/kardi/Petunjuk/Queuing/MM1-Queuing-System.html#MM1QueuingSystem>)

Input yang perlu di isi dalam M/M/1 Queuing calculator ini antara lain:

Tabel 3.1 Keterangan Input M/M/1 Queuing calculator

Input	Pengertian	Lambang
Arrival rate	Banyak pelanggan yang datang/unit waktu	λ
Service rate	Banyak pelanggan yang dilayani/unit waktu	μ

Adapun output yang akan dihasilkan oleh M/M/1 Queuing calculator adalah sebagai berikut:

Tabel 3.2 Keterangan Output M/M/1 Queuing calculator

Output	Pengertian	Lambang
Queuing Utilization	Persentase waktu semua server sibuk	ρ
Queue Length in Queue	Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian menunggu layanan	L_q
Queue Length in System	Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	L_s
Delay in Queue	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian menunggu layanan	W_q

Delay in System	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	W_s
Probability of Idle server	Probabilitas bahwa tidak ada pelanggan di dalam sistem	P_0

- M/M/s Queuing System**

Pada topik ini dijelaskan mengenai performansi teori antrian dengan lebih dari satu server paralel, distribusi kedatangan mengikuti distribusi poisson dan distribusi waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial. Dalam topik ini diberikan pula ilustrasi yang memudahkan pembaca dalam memahami situasi M/M/s Queuing System.

- M/M/s Queuing Calculator**

Masih dalam halaman yang sama dengan M/M/s Queuing System, M/M/s Queuing calculator menjelaskan kalkulator teori antrian yang berfungsi untuk menyelesaikan permasalahan antrian dengan beberapa server dengan tampilan sebagai berikut:

Arrival rate

=

Service rate

=

Current number of servers

= ▼

Calculate

Gambar 3.9 Tampilan M/M/s Queuing calculator

(Sumber: <https://people.revoledu.com/kardi/Petunjuk/Queueing/MMs-Queueing-System.html>)

Input yang perlu di isi dalam M/M/s Queuing calculator ini antara lain:

Tabel 3.3 Keterangan Input M/M/s Queuing Calculator

Input	Pengertian	Lambang
Arrival rate	Banyak pelanggan yang datang/unit waktu	λ

Service rate	Banyak pelanggan yang dilayani/unit waktu	μ
Current number of servers	Banyaknya server	s

Adapun output yang akan dihasilkan oleh M/M/s Queuing calculator adalah sebagai berikut:

Tabel 3.4 Keterangan Output M/M/s Queuing Calculator

Output	Pengertian	Lambang
Queuing Utilization	Persentase waktu semua server sibuk	ρ
Queue Length in Queue	Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian menunggu layanan	L_q
Queue Length in System	Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	L_s
Delay in Queue	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian menunggu layanan	W_q
Delay in System	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	W_s
Probability of Idle server	Probabilitas bahwa tidak ada pelanggan di dalam sistem	P_0

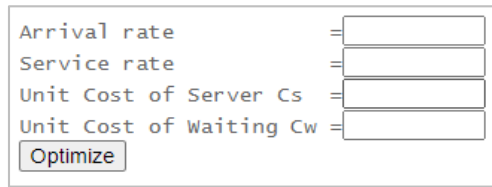
- **Optimization number of server**

Topik ini membahas mengenai alasan mengapa perlu menentukan jumlah server yang optimal yaitu untuk meminimalkan biaya bisnis. Dijelaskan pula aspek apa saja yang perlu dipertimbangkan dalam

optimalisasi jumlah server. Selain itu diperlihatkan pula grafik yang menggambarkan aspek aspek tersebut.

- ***M/M/s Queuing Optimization Calculator***

Masih dalam halaman yang sama dengan Optimization number of server, Queuing optimization calculator yang berfungsi untuk menyelesaikan permasalahan banyaknya server yang optimal dengan tampilan sebagai berikut:



Gambar 3.10 Tampilan Queuing Optimization calculator

(Sumber: <https://people.revoledu.com/kardi/Petunjuk/Queuing/Queuing-Optimization.html#QueuingOptimization>)

- ***M/M/s/N Queuing System***

Pada topik ini dijelaskan mengenai performansi teori antrian dengan lebih dari satu server dan dengan mengatur kapasitas sistem pada N, distribusi kedatangan mengikuti distribusi poisson dan distribusi waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial. Mengatur kapasitas sistem disini adalah pemutusan pelanggan artinya jika seorang pelanggan datang setelah ukuran antrian maksimum tercapai maka pelanggan tersebut harus ditolak oleh sistem.

- ***M/M/s/N Queuing Calculator***

Masih dalam halaman yang sama dengan M/M/s/N Queuing System, M/M/s/N Queuing calculator merupakan kalkulator teori antrian yang berfungsi untuk menyelesaikan permasalahan antrian beberapa server dengan kapasitas antrian N dengan tampilan sebagai berikut:

Arrival rate

=

Service rate

=

Capacity

=

Current number of servers

=

1

▼

Calculate

Gambar 3.11 Tampilan M/M/s/N Queuing calculator

(Sumber: <https://people.revoledu.com/kardi/Petunjuk/Queuing/MMsN-Queuing-System.html#MMsNQueuingSystem>)

Input yang perlu di isi dalam M/M/s/N Queuing calculator ini antara lain:

Tabel 3.5 Keterangan Input M/M/s/N Queuing Calculator

Input	Pengertian	Lambang
Arrival rate	Banyak pelanggan yang datang/unit waktu	λ
Service rate	Banyak pelanggan yang dilayani/unit waktu	μ
Capacity	Kapasitas sistem	N
Current number of servers	Banyaknya server	s

Adapun output yang akan dihasilkan oleh M/M/s/N Queuing calculator adalah sebagai berikut:

Tabel 3.6 Keterangan Output M/M/s/N Queuing Calculator

Output	Pengertian	Lambang
Queuing Utilization	Persentase waktu semua server sibuk	ρ
Queue Length in Queue	Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian menunggu layanan	L_q
Queue Length in System	Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	L_s

Delay in Queue	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian menunggu layanan	W_q
Delay in System	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	W_s
Probability of Idle server	Probabilitas bahwa tidak ada pelanggan di dalam sistem	P_0

- **M/M/s/N/N Queuing System**

Topik ini menjelaskan mengenai performansi teori antrian dengan distribusi kedatangan mengikuti distribusi poisson dan distribusi waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial, jumlah server paralel sebanyak s dengan populasi dan kapasitas sistem dibatasi sampai dengan N .

- **M/M/s/N/N Queuing Calculator**

Masih dalam halaman yang sama dengan M/M/s/N/N Queuing System, M/M/s/N/N Queuing calculator merupakan kalkulator antrian untuk menyelesaikan permasalahan antrian beberapa server dengan kapasitas antrian N dengan tampilan sebagai berikut:

Gambar 3.12 Tampilan M/M/s/N/N Queuing calculator

(Sumber: <https://people.revoledu.com/kardi/Petunjuk/Queuing/MMsNN-Queuing-System.html#MMsNNQueuingSystem>)

Input yang perlu di isi dalam M/M/s/N Queuing calculator ini antara lain:

Tabel 3.7 Keterangan Input M/M/s/N/N Queuing Calculator

Input	Pengertian	Lambang
Arrival rate	Banyak pelanggan yang datang/unit waktu	λ
Service rate	Banyak pelanggan yang dilayani/unit waktu	μ
Capacity/Limited Population	Kapasitas sistem	N
Current number of servers	Banyaknya server	s

Adapun output yang akan dihasilkan oleh M/M/s/N Queuing calculator adalah sebagai berikut:

Tabel 3.8 Keterangan Output M/M/s/N/N Queuing Calculator

Output	Pengertian	Lambang
Queuing Utilization	Persentase waktu semua server sibuk	ρ
Queue Length in Queue	Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian menunggu layanan	L_q
Queue Length in System	Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	L_s

Delay in Queue	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian menunggu layanan	W_q
Delay in System	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	W_s
Probability of Idle server	Probabilitas bahwa tidak ada pelanggan di dalam sistem	P_0

- ***M/M/∞ Queuing System***

M/M/∞ disebut juga sebagai Self-Service Queuing System, dengan self-service ini meminimumkan panjang antrian dan waktu mengantre. Pada model ini distribusi kedatangan mengikuti distribusi poisson dan distribusi waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial.

- ***M/M/∞ Queuing Calculator***

Masih dalam halaman yang sama dengan M/M/∞ Queuing System, M/M/∞ Queuing calculator merupakan kalkulator antrian yang berfungsi untuk memberikan solusi terbaik dalam menyelesaikan permasalahan antrian dengan tampilan sebagai berikut:

Arrival rate

=

Service rate

=

Gambar 3.13 Tampilan M/M/∞ Queuing calculator

(Sumber: <https://people.revoledu.com/kardi/Petunjuk/Queuing/Self-Service-Queuing-System.html#SelfServiceQueuingSystem>)

Input yang perlu di isi dalam M/M/∞ Queuing calculator ini antara lain:

Tabel 3.9 Keterangan Input M/M/∞ Queuing Calculator

Input	Pengertian	Lambang
Arrival rate	Banyak pelanggan yang datang/unit waktu	λ
Service rate	Banyak pelanggan yang dilayani/unit waktu	μ

Adapun output yang akan dihasilkan oleh M/M/∞ Queuing calculator adalah sebagai berikut:

Tabel 3.10 Keterangan Output M/M/∞ Queuing Calculator

Output	Pengertian	Lambang
Queuing Utilization	Persentase waktu semua server sibuk	ρ
Queue Length in Queue	Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian menunggu layanan	L_q
Queue Length in System	Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	L_s
Delay in Queue	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian menunggu layanan	W_q
Delay in System	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	W_s
Probability of Idle server	Probabilitas bahwa tidak ada pelanggan di dalam sistem	P_0

- *Allen and Cunneen's Approximation of G/G/s/∞ (Queuing Calculator)*

Pada Topik ini menjelaskan mengenai G/G/s yang berfungsi untuk melihat efek variasi permintaan dengan variasi pelayanan. G/G/s Queuing Calculator tampilan sebagai berikut:

Mean Arrival rate =

Standard Deviation of Arrival rate =

Mean Service rate =

Standard Deviation of Service rate =

Current number of servers = 1 ▼

Gambar 3.14 Tampilan G/G/s Queuing calculator

(Sumber: <https://people.revoledu.com/kardi/Petunjuk/Queuing/GGs-Queuing-System.html#GGsQueuingSystem>)

Adapun output yang akan dihasilkan oleh G/G/s Queuing calculator adalah sebagai berikut

Tabel 3.11 Keterangan Input G/G/s Queuing Calculator

Output	Pengertian	Lambang
Queuing Utilization	Persentase waktu semua server sibuk	ρ
Queue Length in Queue	Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian menunggu layanan	L_q
Queue Length in System	Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	L_s
Delay in Queue	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian menunggu layanan	W_q
Delay in System	Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani)	W_s

Probability of Idle server	Probabilitas bahwa tidak ada pelanggan di dalam sistem	P_0
----------------------------	--	-------

3.3 Contoh Kasus

▣ Pengaplikasian M/M/1 Queuing calculator

Kasus diambil dari website revoledu pada M/M/1 Queuing Calculator. Berdasarkan hasil pengamatan yang dilakukan terhadap salah satu kasir di supermarket menunjukkan bahwa distribusi kedatangan pelanggan mengikuti distribusi Poisson dengan tingkat kedatangan (λ) sebesar 0,75 pelanggan/5 menit. Sedangkan, distribusi waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial dengan rata-rata waktu pelayanan 1,079 menit per pelanggan. Hitunglah performansi antrian.

Diketahui

$\lambda = 0,75$ pelanggan/5 menit = $0,15$ pelanggan/menit

$\mu = 0,927$ pelanggan/menit

Ditanyakan

Performansi antrian dengan menggunakan M/M/1 Queuing calculator dalam website Revoledu

Jawab

Dengan melakukan proses imputasi pada M/M/1 Queuing calculator, didapatkan hasil output berikut:

The screenshot shows a web-based calculator for M/M/1 queuing systems. It has two input fields: 'Arrival rate' with a value of 0.15 and 'Service rate' with a value of 0.927. Below these is a 'Calculate' button. Under the button, the 'Analysis Results' are displayed as follows:

Metric	Value
Queuing Intensity	0.162
Queuing Utilization	16.181%
Queue Length in Queue	0.031
Queue Length in System	0.193
Delay in Queue	0.208
Delay in System	1.287
Probability of idle server	83.819%

Gambar 3.15. Contoh pengaplikasian M/M/1 Queuing calculator

Berdasarkan hasil M/M/1 Queuing calculator didapatkan hasil bahwa Persentase waktu semua server sibuk (ρ) adalah sebesar 16,181%. Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian menunggu layanan (L_q) adalah sebesar 0,031 pelanggan, sedangkan rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani) (L_s) adalah sebesar 0,193 pelanggan. Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian menunggu layanan (W_q) adalah sebesar 0,208 menit, sedangkan rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani) (W_s) adalah sebesar 1,287 menit. Probabilitas bahwa tidak ada pelanggan di dalam sistem (P_0) adalah 83,8%.

▣ Pengaplikasian M/M/s Queuing calculator

Contoh kasus berikut diambil dari soal dalam buku Introduction to Management Science, Bernard W. Taylor halaman 623. Petugas pinjaman rekening baru dari *Citizens Northern Savings Bank* melayani semua pelanggan untuk rekening baru. Pelanggan yang ingin membuka akun baru tiba dengan tingkat kedatangan 4 pelanggan/jam berdistribusi Poisson, dan petugas akun menghabiskan rata-rata 12 menit melayani setiap pelanggan untuk menyiapkan akun baru. Kemudian ditambahkan petugas akun ke sistem sehingga menjadi sistem antrian multi-server dengan dua server, maka tentukan karakteristik operasinya.

Diketahui

$\lambda = 4$ pelanggan/jam

$\mu = 1$ pelanggan/12menit = 5 pelanggan/jam

$s = 2$ server

Ditanyakan

Performansi antrian dengan menggunakan M/M/s Queuing calculator dalam website Revoledu

Jawab

Dengan melakukan proses imputasi pada M/M/s Queuing calculator, didapatkan hasil output berikut:

The screenshot shows a web-based M/M/s Queuing calculator. It has three input fields: 'Arrival rate' with a value of 4, 'Service rate' with a value of 5, and 'Current number of servers' with a value of 2. Below these is a 'Calculate' button. Under the button, the 'Analysis Results' are displayed:

- Queuing Intensity = 0.800
- Queuing Utilization = 40.000%
- Queue Length in Queue = 0.152
- Queue Length in System = 0.952
- Delay in Queue = 0.038
- Delay in System = 0.238
- Probability of idle server = 42.857%

Gambar 3.16. Contoh pengaplikasian M/M/s Queuing calculator

Berdasarkan hasil M/M/s Queuing calculator didapatkan hasil bahwa Persentase waktu semua server sibuk (ρ) adalah sebesar 40%. Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian menunggu layanan (L_q) adalah sebesar 0,152 pelanggan, sedangkan rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani) (L_s) adalah sebesar 0,952 pelanggan. Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian menunggu layanan (W_q) adalah sebesar 0,038 jam, sedangkan rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani) (W_s) adalah sebesar 0,238 jam. Probabilitas bahwa tidak ada pelanggan di dalam sistem (P_0) adalah 42,857%.

❏ Pengaplikasian M/M/s/N Queuing calculator

Contoh kasus berikut diambil dari soal dalam buku Operation Research, Hamdy A. Taha halaman 588. Dalam sebuah komunitas terdapat dua perusahaan taksi, setiap perusahaan memiliki dua taksi dan keduanya berbagi pasar secara merata. Panggilan tiba di kantor pengiriman masing-masing perusahaan berdistribusi poisson dengan kecepatan delapan panggilan per jam. Waktu rata-rata per perjalanan adalah 12 menit berdistribusi eksponensial. Kedua perusahaan tersebut

baru-baru ini dibeli oleh seorang investor yang tertarik untuk menggabungkan keduanya menjadi satu kantor pengiriman untuk memberikan layanan yang lebih baik kepada pelanggan.

Misalkan pemilik tidak dapat membeli taksi tambahan sehingga disarankan oleh konsultan bahwa salah satu cara untuk mengurangi waktu tunggu ialah dengan kantor pengiriman menginformasikan pelanggan baru tentang potensi keterlambatan yang berlebihan setelah daftar tunggu mencapai 6 pelanggan. Langkah ini tentu akan membuat pelanggan baru mencari layanan di tempat lain. Lakukanlah analisis performansi antrian.

Diketahui

$$\lambda = 16 \text{ pelanggan/jam}$$

$$\mu = 1 \text{ perjalanan/12 menit} = 5 \text{ perjalanan/jam}$$

$$N = 6 + 4 = 10 \text{ pelanggan}$$

$$s = 4$$

Ditanyakan

Performansi antrian dengan menggunakan M/M/s/N Queuing calculator dalam website Revoledu

Jawab

Dengan melakukan proses imputasi pada M/M/s/N Queuing calculator, sehingga menghasilkan output berikut:

Arrival rate	=	16
Service rate	=	5
Capacity	=	10
Current number of servers	=	4
Calculate		
Analysis Results		
Queuing Intensity = 3.200		
Queuing Utilization = 77.141%		
Queue Length in Queue = 1.154		
Queue Length in System = 4.240		
Delay in Queue = 0.075		
Delay in System = 0.275		
Probability of idle server= 3.121%		

Gambar 3.17. Contoh pengaplikasian M/M/s/N Queuing calculator

Berdasarkan hasil M/M/s/N Queuing calculator didapatkan hasil bahwa Persentase waktu semua server sibuk (ρ) adalah sebesar 77,141%. Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian menunggu layanan (L_q) adalah sebesar 1,154 pelanggan, sedangkan rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani) (L_s) adalah sebesar 4,24 pelanggan. Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian menunggu layanan (W_q) adalah sebesar 0,075 jam, sedangkan rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (dalam antrian dan dilayani) (W_s) adalah sebesar 0,275 jam. Probabilitas bahwa tidak ada pelanggan di dalam sistem (P_0) adalah 3,121%.

▣ Pengaplikasian M/M/s/N/N Queuing Calculator

Contoh kasus berikut diambil dari soal dalam buku Introduction to Management Science, Bernard W. Taylor halaman 614.

Wheelco Manufacturing memiliki 20 mesin, karena jenis pekerjaan yang dilakukan di bengkel banyak terjadi keausan pada mesin dan membutuhkan perbaikan yang sering. Perusahaan memiliki satu orang

perbaikan senior dan seorang asisten. Mereka memperbaiki mesin yang pertama rusak (disiplin FIFO).

Setiap mesin beroperasi rata-rata 200 jam sebelum mogok dan petugas perbaikan dipanggil. Waktu rata-rata untuk memperbaiki mesin adalah 3,6 jam. Tingkat kerusakan berdistribusi Poisson, dan waktu layanan terdistribusi secara eksponensial. Populasi pemanggilan terbatas untuk contoh ini adalah 20 mesin di bengkel, yang akan kita tentukan sebagai N . Perusahaan menginginkan analisis waktu idle mesin karena kerusakan untuk menentukan apakah staf perbaikan saat ini mencukupi.

Diketahui

$$\lambda = 1 \text{ mesin}/200 \text{ jam} = 0,005 \text{ mesin/jam}$$

$$\mu = 1 \text{ mesin}/3,6 \text{ jam} = 0,2778 \text{ mesin/jam}$$

$$N = 20 \text{ mesin}$$

Ditanyakan

Staf perbaikan mesin Wheelco Manufacturing saat ini mencukupi atau tidak

Jawab

Dengan melakukan proses imputasi pada M/M/s/N/N Queuing calculator, sehingga menghasilkan output berikut:

Arrival rate	=	0.005
Service rate	=	0.2778
Capacity / Limited Population	=	20
Current number of servers	=	1
Calculate		
Analysis Results		
Queuing Intensity = 0.018		
Queuing Utilization = 35.062%		
Queue Length in Queue = 0.169		
Queue Length in System = 0.520		
Delay in Queue = 1.735		
Delay in System = 5.335		
Probability of idle server= 64.938%		

Gambar 3.18 Contoh pengaplikasian M/M/s/N/N Queuing calculator

Berdasarkan hasil M/M/s/N/N Queuing calculator didapatkan hasil bahwa Persentase waktu semua server sibuk (ρ) adalah sebesar 35,062%. Rata-rata jumlah mesin dalam antrian menunggu layanan (L_q) adalah sebesar 0,169 mesin, sedangkan rata-rata jumlah mesin dalam sistem (dalam antrian dan dilayani) (L_s) adalah sebesar 0,520 mesin. Rata-rata waktu yang dihabiskan mesin dalam antrian menunggu layanan (W_q) adalah sebesar 1,735 jam, sedangkan rata-rata waktu yang dihabiskan mesin dalam sistem (dalam antrian dan dilayani) (W_s) adalah sebesar 5,335 jam. Probabilitas bahwa tidak ada mesin di dalam sistem (P_0) adalah 64,938%.

Karena probabilitas tidak ada mesin dalam sistem cukup besar yaitu 65% dan persentase waktu semua server atau staf perbaikan cukup kecil yaitu 35% maka dapat dinyatakan bahwa staf perbaikan mesin Wheelco Manufacturing saat ini mencukupi.

3.4 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, website revoledu merupakan website yang menyediakan Petunjuk teori antrian dengan cukup lengkap, setidaknya terdapat 8 model queuing calculator yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah antrian. Selain itu, revoledu sangatlah praktis dapat digunakan diberbagai device baik laptop maupun smartphone karena tidak perlu menginstall apapun. Bahasa yang digunakan dalam queuing Petunjuk ringan, jelas dan mudah dipahami bagi orang awam.

Namun, banyaknya iklan dalam website membuat tampilan sedikit terganggu, selain itu queuing calculator tidak bisa mengkonversi satuan. Sehingga jika satuan dari tingkat kedatangan adalah jam maka satuan dari tingkat pelayanan juga harus dalam satuan yang sama yaitu jam. Sehingga jika ingin mengetahui dalam satuan menit atau detik, maka pengguna harus melakukan perhitungan sendiri. Output yang dihasilkan dari model tidak mencakup P_n (Probabilitas terdapat n pelanggan di dalam sistem).



ANALISIS ANTRIAN MENGUNAKAN KALKULATOR ONLINE



BAB IV ANALISIS DATA ANTRIAN MENGUNAKAN WEB BizSkinny

Software dan website yang digunakan dalam sistem antrian contoh web yang digunakan dalam system teori antrian adalah :

1. Software R Studio
2. Mathlab
3. Arena
4. WinQSB
5. POM for Windows
6. Promodel
7. GNU Octave
8. QTSplus
9. Microsoft Excel
10. dan lain-lain.

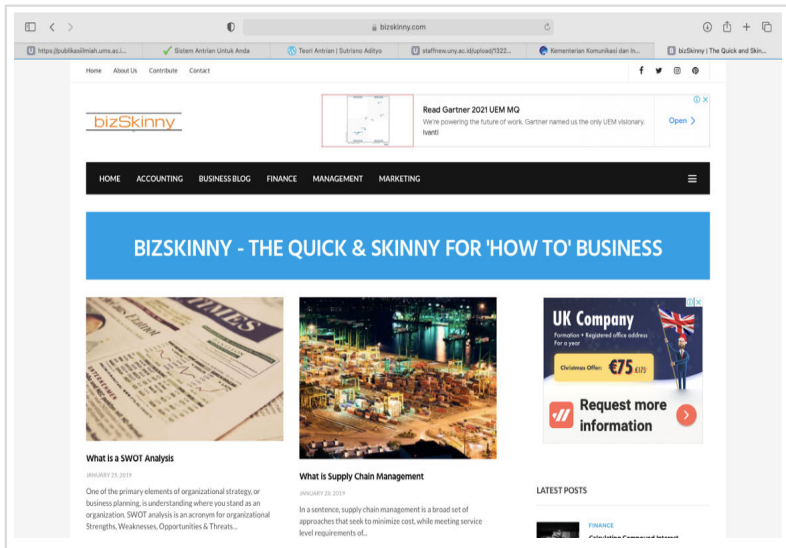
Selain menggunakan Software dapat juga menggunakan Website salah satunya adalah BizSkinny.

4.1 Konsep BizSkinny

Bizskinny adalah situs web yang digunakan untuk belajar dari artikel dan konten berkualitas, tanpa basa-basi, berhubungan dengan waktu dan kehidupan sehari.

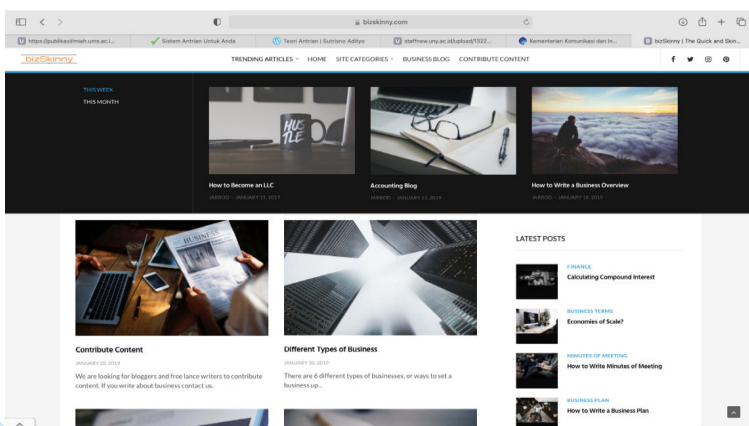
4.1.1 Cara Akses Web BizSkinny

1. Pilih dan gunakan web browser yang akan dipakai.
2. Search website <https://www.bizskinny.com>
3. Halaman utama pada BizSkinny.



Gambar 4. 1 Halaman Utama Website BizSkinny

Pada halaman utama BizSkinny dapat mencari dan menemukan artikel, business plan dan blog. Jadi web bizskinny ini tidak hanya untuk calculator saja namun tersedia banyak informasi terutama mengenai business.



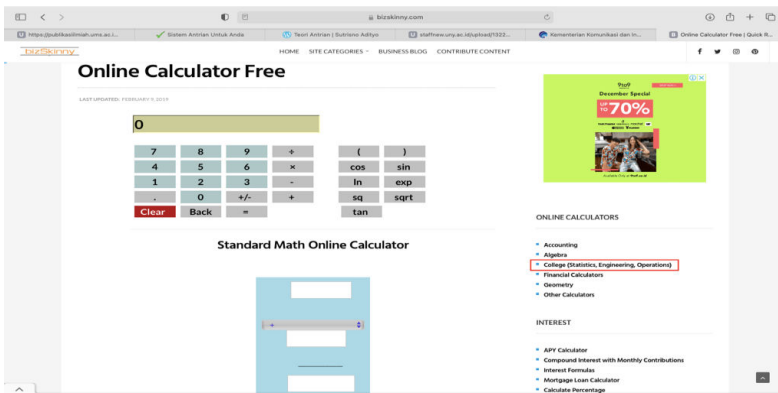
Gambar 4. 2 Informasi lain pada Website BizSkinny

1. Scroll kebawah pada halaman utama dan terdapat "Categories"

1. Scroll kebawah pada halaman utama dan terdapat "Categories"

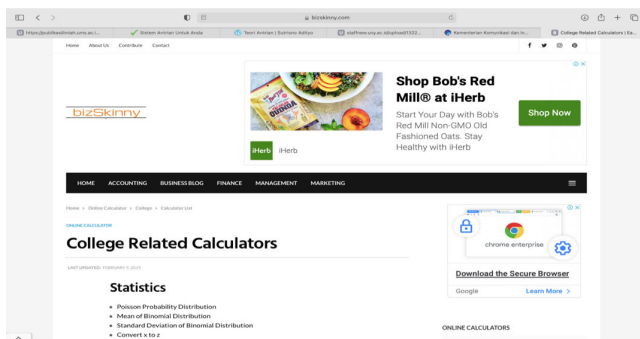


Gambar 4. 4 Menu online Calculator



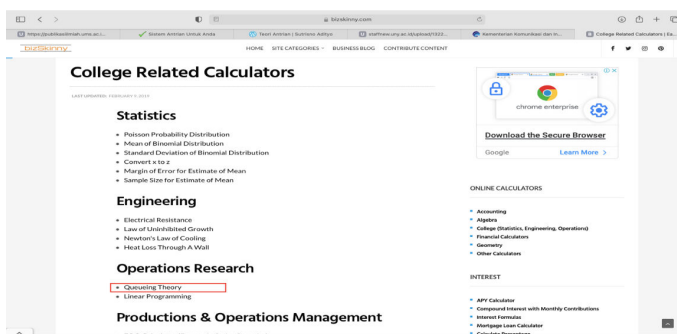
Gambar 4. 5 Tampilan online Calculator

4. Akan muncul tampilan seperti ini



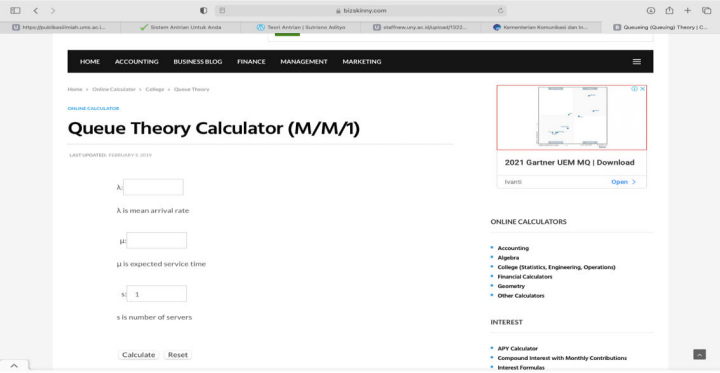
Gambar 4. 6 Tampilan List Statistics

5. Scroll sampai kebawah hingga menemukan bagian Operation Research dan pilih opsi “ Queueing Theory”



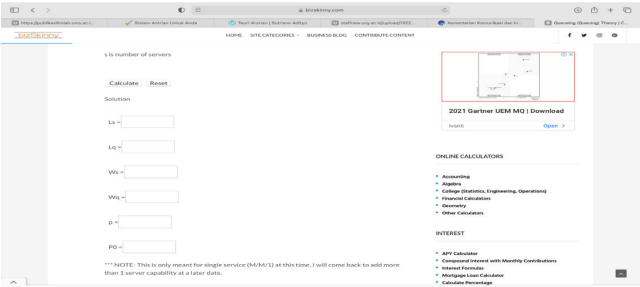
Gambar 4. 7 Tampilan Menu Queueing Theory

6. Input data pada kolom yang telah tersedia



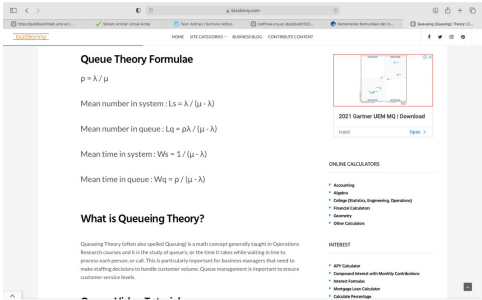
Gambar 4. 8 Tampilan Menu Queueing Theory (M/M/1)

7. Output data yang akan dihasilkan adalah L_s , L_q , W_s , W_q , ρ dan PO



Gambar 4. 9 Tampilan Entry Data Queueing Theory (M/M/1)

8. Dalam web BizSkinny juga terdapat Formula dari masing-masing output yang di hasilkan



Gambar 4. 10 Tampilan Formula Queueing Theory (M/M/1)

Keterangan :

1. Ekspektasi jumlah pelanggan dalam antrian (L_q)

Banyaknya pelanggan dalam antrian adalah selisih antara banyaknya pelanggan dalam system antrian dan banyaknya pelanggan yang sedang dalam proses pelayanan. Jika n adalah banyaknya pelanggan dalam system dan c adalah banyaknya pelanggan yang sedang dalam proses pelayanan adalah sebanyak jumlah pelayannya, maka :

$$L_q = \sum_{n=0}^{\infty} nP_{n+c} = \sum_{n=c}^{\infty} (n-c)P_n$$

Dengan demikian, nilai L_q adalah :

$$L_q = \frac{\rho^{c+1} P_0}{(c-1)!(c-\rho)^2}, \text{ dengan } \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

2. Ekspektasi waktu menunggu dalam antrian (W_q)

Waktu menunggu dalam antrian adalah waktu yang diperlukan oleh seorang pelanggan sejak masuk pada antrian hingga mendapatkan pelayanan (tidak termasuk waktu pelayanan). Didapatkan kedatangan efektif sebagai berikut :

$$\lambda_{\text{eff}} = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n P_n = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda P_n = \lambda \sum_{n=0}^{\infty} P_n = \lambda \cdot 1 = \lambda$$

Sehingga didapatkan persamaan W_q adalah :

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

3. Ekspektasi waktu menunggu dalam system (W_s)

Waktu menunggu dalam system adalah waktu yang diperlukan oleh seorang pelanggan sejak memasuki antrian hingga pelayanan selesai.

$$\begin{array}{l} \text{Waktu menunggu} \\ \text{dalam sistem} \end{array} = \begin{array}{l} \text{waktu menunggu} \\ \text{dalam antrian} \end{array} + \begin{array}{l} \text{waktu pelayanan} \end{array}$$

Dari penjelasan di atas, maka didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

4. Ekspektasi jumlah pelanggan dalam system (L_s)

Dari penjelasan sebelumnya maka didapatkan hubungan antara L_q dan L_s dan didistribusikan sebagai berikut :

$$L_s = \rho + L_q, \quad \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

5. Ekspektasi jumlah pelayanan yang sibuk ($\bar{c}$)

Banyaknya pelayan yang sibuk adalah selisih dari banyaknya pelanggan yang berada dalam system dan banyaknya pelanggan yang berada dalam antrian, maka didapatkan persamaan sebagai berikut :

$$\bar{c} = L_s - L_q$$

Sedangkan persentase pemanfaatan sebagai berikut :

$$\text{Persentase pemanfaatan} = \frac{\bar{c}}{c} \times 100\% = \frac{\lambda}{\mu c} \times 100\%$$

≈ **Kelebihan BizSkinny :**

- Mudah di akses
- Open Source
- Mudah digunakan

≈ **Kekurangan BizSkinny :**

- Model yang digunakan hanya satu
- Sudah lama tidak ada update
- Tidak focus pada online calculator
- Hasil output hanya sedikit



ANALISIS ANTRIAN MENGUNAKAN KALKULATOR ONLINE

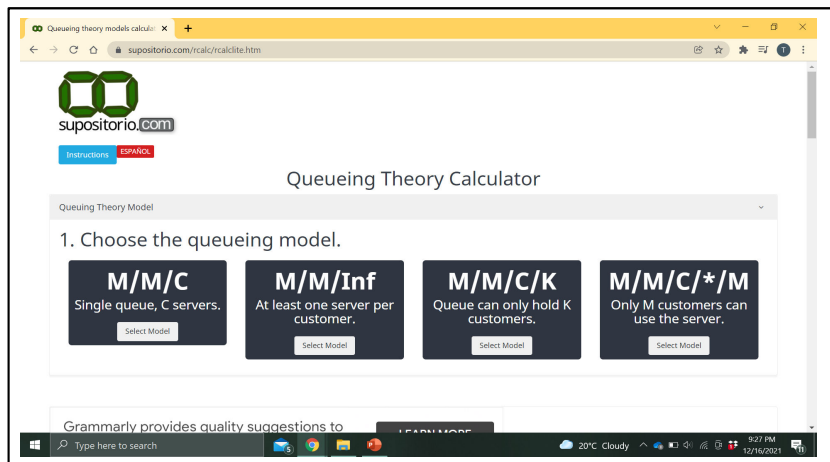


BAB V Analisis Antrian dengan Supositorio

5.1 Pendahuluan

Analisis antrian adalah analisis yang bertujuan untuk memperoleh informasi probabilitas yang disebut *operation characteristics*. Analisis ini membantu pengambilan keputusan dalam merancang fasilitas pelayanan antrian untuk mengatasi permintaan pelayanan yang fluktuatif secara acak dan menjaga keseimbangan antara biaya pelayanan dan biaya menunggu. dengan melakukan analisa antrian juga dapat diketahui apakah sistem pelayanan tersebut sudah optimum atau belum. Karena analisis antrian sangat berguna dalam kehidupan sehari-hari maka telah banyak dikembangkan alat hitung baik software ataupun *queuing calculator* untuk mempermudah perhitungan analisis antrian.

Salah satu *queuing calculator online* yang dapat diakses secara gratis adalah Supositorio. Supositorio dikembangkan oleh Xavier de Garay pada tahun 2014. Supositorio menyediakan perhitungan performansi antrian dengan cukup lengkap untuk berbagai model antrian. Berikut adalah tampilan dari website Supositorio.



Gambar 5. 1 Tampilan Supositorio

Kelebihan analisis antrian dengan menggunakan *queuing calculator* Supositorio :

- Penggunaan Supositorian untuk perhitungan performansi antrian sangat mudah dan cepat.
- Karena *queuing calculator online* maka dapat digunakan secara gratis dan praktis.
- Model antrian yang tersedia lengkap.
- Analisis performansi antrian yang diberikan lengkap.
- Terdapat penjelasan dari masing-masing *output* performansi antrian.

Kekurangan yang dimiliki *queuing calculator* Supositorio :

- Hanya dapat *entry* parameter dari data antrian sehingga tidak dapat *entry* data mentah.
- Terdapat iklan dalam *website* sehingga membuat pengguna kurang nyaman.
- Tidak tedapat rumus untuk masing-masing perhitungan.

5.2 Fitur

5.2.1 Model Antrian

Supositorio menawarkan empat macam model antrian yang dapat dipilih. Berikut ini model yang tersedia:

Tabel 5.1: Model yang tersedia pada Supesitorio

Model	Keterangan
M/M/C	model antrian dengan pola kedatangan dan pola pelayanan berdistribusi Poisson/Ekspensial dengan jumlah server adalah c.
M/M/Inf	model antrian dengan pola kedatangan dan pola pelayanan berdistribusi Poisson/Ekspensial dengan setidaknya satu server per pelanggan.
M/M/C/K	model antrian dengan pola kedatangan dan pola pelayanan berdistribusi Poisson/Ekspensial dengan jumlah server sebanyak c dan kapasitas terbatas untuk K pelanggan dalam antrian
M/M/C/*M	model antrian dengan pola kedatangan dan pola pelayanan berdistribusi Poisson/Ekspensial dengan jumlah pelayan c dan populasi sebanyak M.

5.2.2 Parameter Input

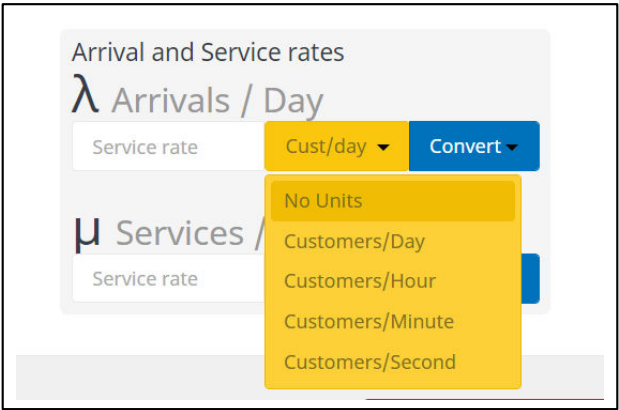
Untuk menghitung performansi antrian maka perlu memasukkan parameter dari antrian. Berikut adalah parameter input yang diperlukan:

Tabel 5.2: Parameter Input yang diperlukan

Model	Parameter	Keterangan
M/M/C	C	Jumlah server pada antrian
	λ	tingkat kedatangan
	μ	Tingkat pelayanan
M/M/Inf	λ	tingkat kedatangan
	μ	Tingkat pelayanan
M/M/C/K	C	Jumlah server pada antrian
	K	Jumlah pelanggan maksimum yang ada pada antrian
	λ	tingkat kedatangan
	μ	Tingkat pelayanan

M/M/C/*/M	C	Jumlah server pada antrian
	M	Jumlah populasi yang dapat menggunakan server
	λ	tingkat kedatangan
	μ	Tingkat pelayanan

Dengan Supositorio pengguna dapat memilih jenis satuan inputan untuk parameter tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan. Hal ini sangat memudahkan pengguna ketika mempunyai data dengan satuan yang berbeda Misalnya ketika pengguna memiliki data tingkat pelayanan jumlah pelanggan/ hari tetapi ingin menganalis dalam satuan per jam maka dapat menggunakan fitur convert. Tentunya fitur konversi nilai input ini sangat membantu analisis antrian dengan Supositorio



Gambar 5. 2 Jenis Input tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan

5.2.3 Output yang Dihasilkan

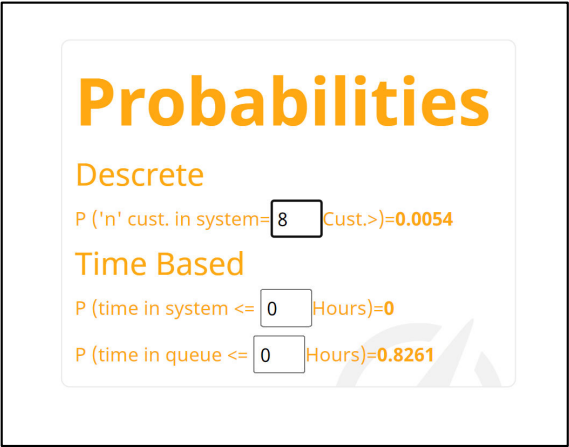
Output yang dihasilkan dari perhitungan dengan *queuing theory calculator* ini adalah performansi antrian sebagai berikut :

Tabel 5.3: Output perhitungan dengan Supesitorio

	Keterangan
Ls	Rata-rata jumlah pelanggan pada sistem.
Lq	Rata-rata jumlah pelanggan pada antrian.

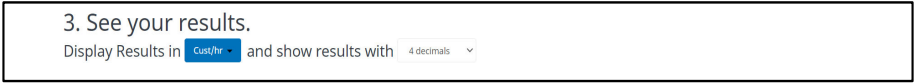
Ws	Rata-rata waktu yang digunakan dalam sistem
Wq	Rata-rata waktu yang digunakan untuk menunggu dalam antrian
Q	Tingkat Utilitas

Supositorio juga menyediakan untuk menghitung peluang suatu pelanggan menghabiskan tepat atau kurang dari 'n' unit waktu dalam antrian (Tq) dan peluang suatu pelanggan menghabiskan tepat atau kurang dari 'n' unit waktu dalam sistem (T), waktu layanan ditambah waktu antrian. Selain itu dengan Supositorio pengguna dapat menghitung peluang ada 'n' pengunjung dalam sistem. Pengguna dapat memasukkan nilai n yang diinginkan.



Gambar 5. 3 Tampilan Perhitungan Probabilitas

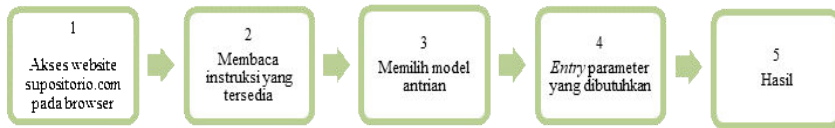
Pengguna juga dapat memilih satuan *output* dan mengatur nilai *decimal* dari hasil perhitungan.



Gambar 5. 4 Tampilan Fitur Pengatur Output

5.3 Langkah - Langkah Perhitungan Antrian dengan Supositorio

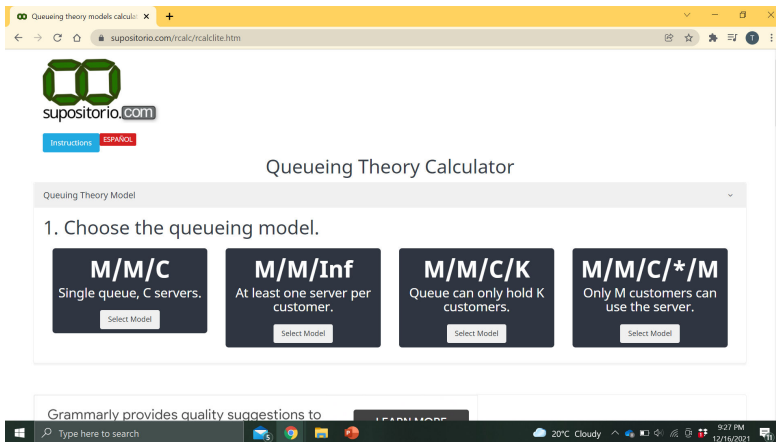
Seperti *queuing calculator* lainnya, penggunaan Supositorio mudah. Berikut adalah diagram langkah-langkah perhitungan antrian dengan Supositorio.



Gambar 5. 5 Diagram Langkah-langkah Penggunaan Supositorio

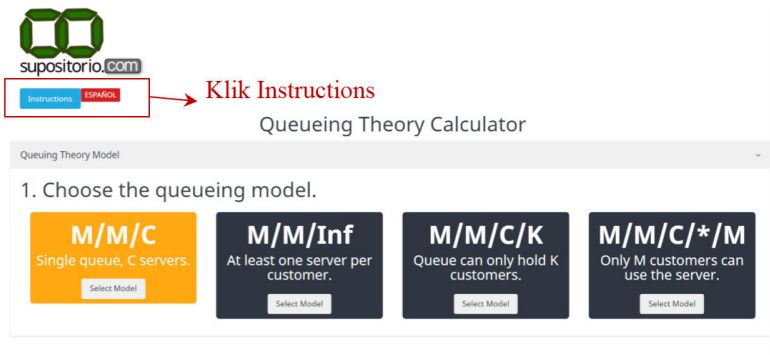
Untuk gambaran lebih jelas mengenai penggunaan maka dapat dengan mengikuti langkah-langkah berikut:

1. akses *website* supositorio.com pada browser. Maka akan muncul tampilan website seperti gambar dibawah ini:



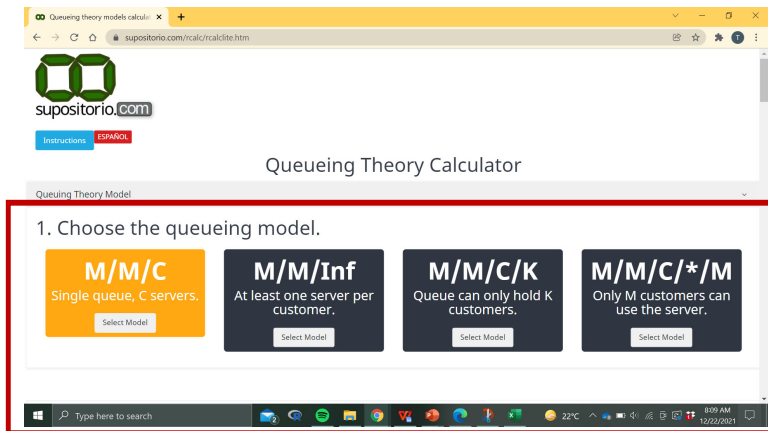
Gambar 5. 6 Tampilan Awal Supositorio.com

2. Untuk lebih memahami perhitungan antrian dengan menggunakan Supositorio pengguna dapat membaca instruksi yang tersedia dengan mengklik menu instructions.



Gambar 5. 7 Menu Instruksi

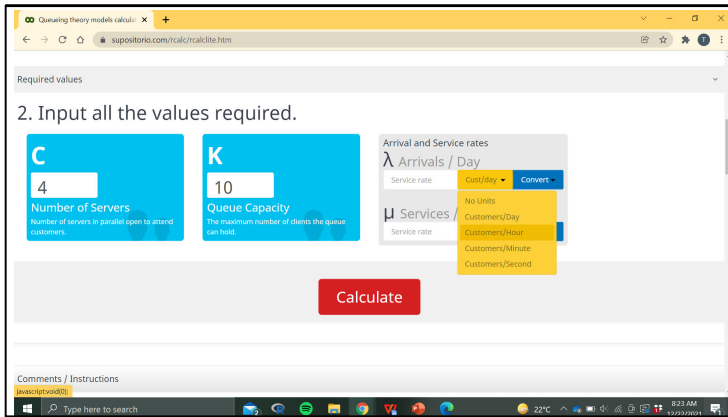
- Setelah membaca instruksi, selanjutnya pengguna dapat memilih model yang tersedia sesuai dengan model antrian yang ingin dianalisis.



Gambar 5. 8 Memilih model antrian

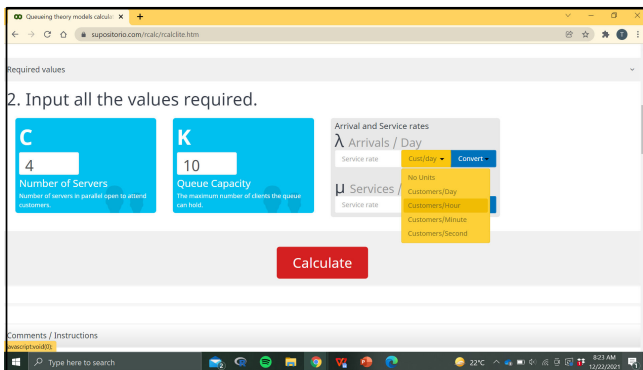


- Langkah selanjutnya adalah entry nilai parameter yang dibutuhkan. Parameter. Parameter yang dibutuhkan untuk masing-masing model berbeda.



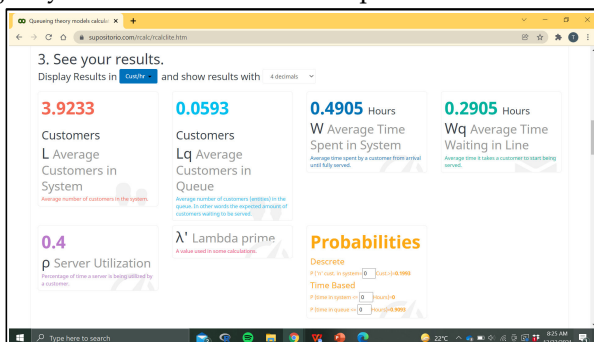
Gambar 5. 9 Memasukkan Parameter yang Dibutuhkan

5. Klik “calculate” untuk mendapatkan hasil perhitungan

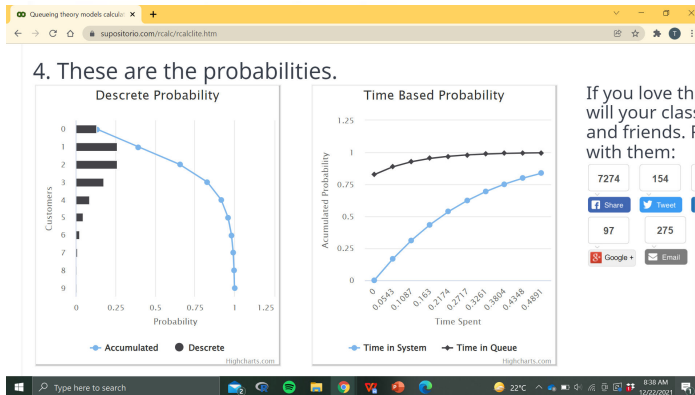


Gambar 5. 10 Proses mendapatkan hasil perhitungan

6. Selanjutnya akan muncul hasil dari performansi antrian



Gambar 5. 11 Hasil Perhitungan Antrian



Gambar 5. 12 Grafik Distribusi Pelanggan dan Grafik Berdasarkan Waktu

5.4 Contoh Perhitungan dengan Supositorio

Selanjutnya akan dicoba perhitungan antrian dengan Supositorio pada contoh soal untuk menambah pengetahuan mengenai antrian.

Soal :

Seorang montir di bengkel dapat memasang knalpot baru rata-rata 3 buah per jam yang mengikuti distribusi eksponensial. Pelanggan tiba rata-rata 2 orang per jam dengan distribusi poisson. Bagaimanakah performansi antrian di bengkel tersebut?

Penyelesaian :

✓ Berdasarkan soal tersebut kita ketahui bahwa :

$$\lambda = 2 \text{ mobil / jam}$$

$$\mu = 3 \text{ monil/jam}$$

✓ Performansi antrian pada bengkel tersebut :

$$L_s = \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)} = \frac{2}{(3 - 2)} = 2 \text{ mobil dalam sistem}$$

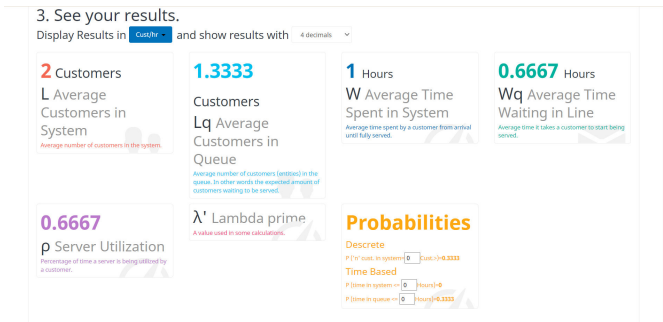
$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{2^2}{3(3 - 2)} = 1,33 \text{ mobil dalam antrian}$$

$$W_s = \frac{1}{(\mu - \lambda)} = \frac{1}{(3 - 2)} = 1 \text{ jam rata - rata menunggu dala sistem}$$

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{2}{3(3 - 2)} = 0,667 \text{ jam rata - rata menunggu dlm antrian}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{3} = 66,6\%$$

Perhitungan dengan Sipositorio:



Gambar 5. 13 Hasil Perhitungan Soal dengan Supositorio

Seperti terlihat pada gambar 12, hasil perhitungan dengan *queueing calculator Supositorio* dan perhitungan manual menghasilkan hasil yang sama. Maka terbukti bahwa *Supositorio* menyediakan perhitungan analisis antrian yang akurat.

5.5 Kesimpulan

Dengan adanya *queueing calculator* tentunya sangat membantu dalam analisis antrian. Ada banyak *queueing calculator* yang telah dikembangkan, salah satunya adalah *Supositorio*. Perhitungan analisis antrian dengan *Supositorio* mudah dan ringkas, terdapat 4 model antrian yang dapat dipilih. *Supositorio* juga menghasilkan analisis performansi antrian yang lengkap disertai dengan penjelasan singkat mengenai output yang dihasilkan. Terdapat beberapa fitur yang dapat memudahkan analisis antrian diantaranya pengguna dapat memilih satuan input parameter untuk tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan serta melakukan konfersi. Namun dalam *queueing theory calculator* ini tidak disertai dengan rumus-rumus perhitungan sehingga diharapkan pengguna telah memahami bagaimana perhitungan dari output yang dihasilkan tersebut



DAFTAR PUSTAKA

- Awrrwindy, F., Buulolo, F., & Rosmaini, E. (2014). Analisis dan Simulasi Sistem Antrian pada Bank ABC. *Saintia Matematika*, 2(2), 147-162.
- Bronson, R. (1996). Teori dan Soal-Soal Operations Research (Terjemahan Hans Wospakrik). Jakarta: Erlangga.
- Hall, R. (1991). *Queueing Methods: for Services and Manufacturing*. Pearson College Division.
- Hamdan, Ahmad. 2017. Effective school cooperative-mart queuing system. MJFAS . ISSN: 2289-5981
- Harahap, S. A., Sinulingga, U., & Ariswoyo, S. (2014). Analisis Sistem Antrian Pelayanan Nasabah di PT. Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk Kantor Cabang USU. *Saintia Matematika*, 2(3), 277-287.
- Iswiyanti, A. S. (2004). Analisis Antrian Loker Karcis Taman Margasatwa Ragunan DKI Jakarta. *Majalah Ekonomi dan Komputer*, 3, 107-113.
- János, S. (2012). *Basic Queueing Theory*. University of Debrecen, Faculty of Informatics.
- János, S., Szilágyi, Z., & Kölcsei, C. (2021). Queueing Systems Assistance in Action. XXXVI International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models. Debrecen.
- Kakiay, T. (2004). Dasar Teori Antrian untuk Kehidupan Nyata. Yogyakarta: Andi.
- Lieberman, Hillier. (2008). Introduction to Operation Research (8th ed.). Inc. New York: The McGraw-Hill Companies.
- Morlok, E. K. (1991). *Pengantar Teknik dan Perencanaan Transportasi*. Jakarta: Erlangga.

- Syofwandi, Ahmad. 2014. "Distribusi Erlang C"
<https://www.scribd.com/doc/228252443/Distribusi-Erlang-C-docx> , diakses pada 15 Desember 2021.
- Soelistijorini, Reni. 2011. "Analisa Performansi Call Center PT. Indosat, Tbk
- Taha, H. A., (2007). Operations Research: An Introduction, Eight Edition, Pearson Pretince Hall America, New York.
- Taylor, B. W., (2013). *Introduction to Management Science, Eleventh Edition*. PEARSON EDUCATION Limited. Pretince Hall America.
- Teknomi, Kardi. (2019) Queuing Theory Petunjuk <https://people.revo-ledu.com/kardi/Petunjuk/Queuing/>
<https://docplayer.info/33677051-Analisa-performansi-call-center-pt-indosat-tbk-dengan-menggunakan-formula-erlang-c.html> , diakses pada 15 Desember 2021.
- <https://media.neliti.com/media/publications/99858-ID-penentuan-model-antrian-dan-pengukuran-k.pdf> , diakses pada 15 Desember 2021.
- <https://aturipnama.staff.telkomuniversity.ac.id/files/2015/06/Materi-Antrian.pdf> , diakses pada 15 Desember 2021.
- <https://www-labs.iro.umontreal.ca/~chanweya/ccoptim/> , diakses pada 20 Desember 2021.
- <https://sutrisnoadityo.wordpress.com/2013/10/12/teori-antrian/>
<https://antrian.web.id/sistem-antrian-anda/>
https://id.wikipedia.org/wiki/Industri_4.0
https://kominfo.go.id/content/detail/16505/apa-itu-industri-40-dan-bagaimana-indonesia-menyongsongnya/0/sorotan_media
<https://idec.ft.uns.ac.id/wp-content/uploads/2018/05/ID020.pdf>
<https://publikasiilmiah.ums.ac.id/bitstream/handle/11617/4529/IENACO-057.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

<http://staffnew.uny.ac.id/upload/132255128/pendidikan/teori-antrian-materi-kuliah-1.pdf>

<https://www.supositorio.com/rcalc/rcalclite.htm>

<https://masdwijanto.files.wordpress.com/2012/06/bab-8.pdf>

<https://www.investopedia.com/terms/q/queueing-theory.asp#citation-3>

<https://www.mathematik.tu-clausthal.de/en/mathematics-interactive/queueing-theory/queueing-calculator/>



ANALISIS ANTRIAN MENGUNAKAN KALKULATOR ONLINE



Penulis

Dr. Gumgum Darmawan, M.Si

Penulis adalah dosen Statistika FMIPA UNPAD, Tiga Anak Aisha Nur Utami Darmawan, Balqis Dwi Ayuna Darmawan dan Cahaya Ramadhani Darmawan Istri Dr. Nunung Kurniasih, S.Pd, M.Si. Domisili di Cileunyi Kabupaten Bandung.

Tempat Tanggal Lahir : Bandung, 18 Mei 1973

S1 : Statistika UNPAD 1992-1998,

S2 : Statistika, Institut Teknologi 10 Nopember, Surabaya, 2006-2208.

S3 : Matematika, Universitas Gadjah Mada, 2017-2022

Bidang Keahlian : *Time Series Analysis, Forecasting, Queueing System, Statistics Computation.*

Jabatan Struktural : Ketua Pusat Studi (KAPUSDI) Pemodelan dan Komputasi FMIPA UNPAD.

Karya-karya penulis diantaranya;

Buku

1. Ramadhan Dalam Pandemi Covid-19, Penerbit Qiara Media, tahun 2021
2. 365 Hari Indonesia Melawan Covid-19, Penerbit Insan Cendikia Mandiri, 2021.
3. Pengaruh Covid-19 Di Berbagai Sektor, Penerbit Insan Cendikia Mandiri, 2021.
4. Kajian Lintas Perspektif Ilmu Tentang Pandemi Covid-19, Penerbit Qiara Media, 2021.
5. Mengolah Data Antrian Menggunakan Berbagai Macam Software, Penerbit Insan Cendikia Mandiri Group, 2022.

Artikel Jurnal (Paper)

1. Daily Forecast for COVID-19 During Ramadhan by Singular Spectrum Analysis, Journal of Advanced in Dynamical & Control Systems, 2020.
2. Covid-19 Daily Forecasting during Ramdhan in Countries with high muslim population, Journal of Physics Series, 2020.

3. Autocorrelation Analysis of Covid-19, based on Hijri Calendar, Journal of Physics Series, 2021.
4. Simulasi antrian Jackson enam workstation dengan menggunakan matriks peluang transisi yang berbeda, Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UMS, 2015.
5. Lung and infection CT-Scan_Based Segmentation with 3D UNET Architecture and Its Modification, Healthcare, V.11, Issue 2, MDPI, 2023.

Identitas Peneliti

- ≈ NIDN : 0018057302, NIP : 19730518 200012 1 001
- ≈ Email : gumgum@unpad.ac.id
- ≈ Scopus : H-indeks =3
- ≈ Google Scholar : H-Indeks = 6



Penulis

Farin Cyntiya Garini

Penulis mahasiswi Departemen Statistika FMIPA UNPAD angkatan 2019, asal Jakarta selatan. Mahasiswa Statistika yang memiliki kemampuan mengoperasikan pemrograman statistik dan ingin bekerja di bidang data. Penulis senang mengolah data dan menginterpretasikan hasil analisisnya. Pengalaman organisasi sebagai Kepala Biro Sumber Daya Kabinet BE Himasta FMIPA Unpad (Periode 2021) dan Staff Biro Sumber Daya Kabinet BE Himasta FMIPA Unpad (Periode 2020). Penulis juga mempunyai pengalaman kepanitiaan sebagai Staff Manajemen Informasi Unpad Awards (Periode 2021), Staff Divisi Publikasi, Dokumentasi, dan Desain Statistics Day (Periode 2021), Wakil Kepala Divisi Publikasi, Dokumentasi, dan Desain MIPA Awards (Periode 2020), Staff Divisi Publikasi, Dokumentasi, dan Desain Studi Pengenalan Lingkungan Himasta FMIPA Unpad (Periode 2020).

Prestasi

1. Juara 1 Lomba Infografis National Statistics Challenge (NSC) Universitas Brawijaya 2022
2. Finalis Lomba Analisis Data Pekan Analisis Statistika (PAS) Jambore Statistika 2022
3. Runner Up 1 Lomba Infografis Padjadjaran Statistics Olympiad (RASIO) 2021

Publikasi (Paper)

1. The Application of GARCH Forecasting Method in Predicting The Number of Rail Passengers (Thousands of People) in Jabodetabek Region, *Jurnal Matematika Statistika dan Komputasi*, 2022.
2. Clustering of Fishery Management Areas based on The Level of Utilization in Indonesia, *Journal of Communications in Mathematical Biology and Neuroscience*, 2021.

3. Pemetaan Kasus Kekerasan dengan Analisis Korespondensi (Studi Kasus Provinsi Jawa Barat), Prosiding Seminar Nasional Statistika X (SNS), 2021.
4. Perbandingan Metode SES, Holt's Linear, Holt's Winter untuk Peramalan Jumlah Penumpang Pesawat (Penerbangan Domestik di Bandara Soekarno-Hatta), Prosiding Seminar Nasional Statistika X (SNS), 2021.

Identitas Peneliti

- ≈ NPM : 140610190038
- ≈ Email : farin19001@mail.unpad.ac.id
- ≈ LinkedIn : <https://www.linkedin.com/in/farin-cyntiya-garini/>



Penulis

Audrey Emmannuella Turnip

Penulis asal Bandung adalah mahasiswi Departemen Statistika FMIPA UNPAD angkatan 2019. Mahasiswa Statistika yang memiliki kemampuan mengoperasikan pemrograman statistik, memiliki ketertarikan dalam mengolah data dan menginterpretasikan hasil analisisnya dan ingin bekerja di bidang data. Pengalaman kepanitiaan sebagai Kepala Divisi Humas SPL (Periode 2021), Staff Divisi Humas MIPA Awards (Periode 2021), Staff Divisi Humas (Periode 2021), Staff Divisi LO Statistics Day (Periode 2021), Wakil Kepala Humas SPL (Periode 2020).

Publikasi (Paper)

Pengaruh Vaksinasi Terhadap Jumlah Kasus Positif Covid-19 di Provinsi DKI Jakarta dengan Metode Analisis Regresi Berganda, Prosiding Seminar Nasional Statistika X (SNS), 2021.

Identitas Peneliti

- ≈ NPM : 140610190099
- ≈ Email : audrey19004@mail.unpad.ac.id
- ≈ LinkedIn : <https://www.linkedin.com/in/audreyemmanuella>



Penulis

Hashina Qawlan Sadida

Penulis merupakan mahasiswi Program Studi Statistika, FMIPA Universitas Padjadjaran angkatan 2019. Penulis tertarik dalam bidang analisis data dengan menggunakan berbagai tools statistik. Penulis memiliki pengalaman organisasi dan kepanitiaan diantaranya sebagai staff Multimedia Forum Kajian Statistika (FOKASI) Unpad (Periode 2021), staff teknis Mipa Bersatu (Periode 2020), staff divisi sponsorship RASIO (Periode 2020), dan staff divisi sponsorship Statistics Day (Periode 2020).

Publikasi

1. Peramalan Harga Beras Premium di Tingkat Penggilingan di Indonesia dengan Metode Pemodelan ARCH-GARCH, Prosiding Seminar Nasional Statistika Online (SNSO), 2021.
2. Pemetaan Kasus Kekerasan dengan Analisis Korespondensi (Studi Kasus Provinsi Jawa Barat), Prosiding Seminar Nasional Statistika X (SNS), 2021.
3. Pemodelan Spatial Autoregressive Quantile Regression pada Tingkat Kemiskinan di Provinsi Jawa Barat, Prosiding Seminar Nasional Statistika X (SNS), 2021.
4. Pemodelan Spatio Temporal pada Kasus Demam Berdarah di Provinsi Jawa Barat, Jurnal Statistika, 2021.

Identitas Peneliti

- ≈ NPM : 140610190070
- ≈ Email : hashina19001@mail.unpad.ac.id
- ≈ LinkedIn : www.linkedin.com/in/hashinaqawlansadida



Penulis

Amalda Puspa Nur Ritma

Penulis kelahiran Bandung adalah mahasiswi Departemen Statistika FMIPA UNPAD angkatan 2019. Lahir di Bandung, 07 Maret 2001. Mahasiswa Statistika yang tertarik dalam bidang statistik dan mengolah data hingga menginterpretasikan hasilnya. Pengalaman organisasi sebagai organisasi sebagai Staff Departemen Kewirausahaan BE Himasta FMIPA Unpad (Periode 2020-2021). Pengalaman kepanitiaan sebagai Wakil Kepala Divisi Publikasi, Dokumentasi, dan Desain Statistics Day Statistics Day (Periode 2020) dan Staff Divisi Acara Statistics Day (Periode 2021).

Publikasi (Paper)

1. Pengaruh Vaksinasi Terhadap Jumlah Kasus Positif Covid-19 di Provinsi DKI Jakarta dengan Metode Analisis Regresi Berganda, Prosiding Seminar Nasional Statistika X (SNS), 2021.
2. Losses and Impacts of Forest and Land Fires in the Economic and Health Sector, 2021.

Identitas Peneliti

- ≈ NPM : 140610190091
- ≈ Email : amalda19001@mail.unpad.ac.id
- ≈ LinkedIn : www.linkedin.com/in/amaldapuspa



Penulis

Tiara Dwi Anjani

Penulis merupakan mahasiswa Program Studi Statistika di Universitas Padjadjaran angkatan 2019 yang senang belajar hal baru khususnya mengenai data dan memiliki ketertarikan untuk bekerja sebagai data analyst. Pengalaman organisasi sebagai Staff Departemen Kewirausahaan BE Himasta FMIPA Unpad (Periode 2020-2021) dan tergabung dalam Student Center Himasta FMIPA Unpad (Periode 2020-2021). Penulis juga mempunyai pengalaman kepanitiaan sebagai Staff Divisi Asesor Studi Pengenalan Lingkungan Himasta FMIPA Unpad (Periode 2021), Staff Divisi Acara Career Day (Periode 2021), dan sebagai Staff Divisi Ticketing Unpad Goes to School 2021 (Periode 2021).

Identitas Peneliti

- ≈ NPM : 140610190056
- ≈ Email : tiara19009@mail.unpad.ac.id
- ≈ LinkedIn : <https://www.linkedin.com/in/tiaradwianjani>

ANALISIS ANTRIAN MENGUNAKAN KALKULATOR ONLINE

Suatu sistem yang mencakup pelanggan, pelayan, dan aturan pelayanan disebut sistem antrian. Antrian merupakan fenomena menunggu dalam suatu proses pelayanan sistem antrian. Untuk mengoptimalkan pelayanan, langkah yang dapat dilakukan adalah mengidentifikasi sistem antrian yang sesuai dan kemudian menghitung performansinya.

Berbagai fitur *online* dan perangkat lunak dapat membantu dalam berbagai tingkatan prosesnya.

Pada buku ini, akan dibahas lima kalkulator *online* berupa *website* yang dapat digunakan untuk melakukan analisis antrian. Kelima *website* tersebut adalah *Queueing Systems Assistance (QSA)*, *Erlang Queueing Calculator*, *Revoledu*, *BizSkinny*, dan *Supositorio*. Dengan menggunakan kalkulator *online* berupa *website* tersebut, proses analisis antrian dapat dilakukan dengan lebih cepat dan praktis.

2023



Kaizen Media Publishing
Gagas, Mulla, Sinergi, Publikasi

Jl. Antapani X No. 3 Antapani
Kota Bandung - Jawa Barat
Email : admin@kaizenpublisher.co.id
Website : www.kaizenpublisher.co.id



IKAPI
Indonesian Knowledge Association for Professional Information



DAPATKAN DI
Google Play

